

Matemática

CUADERNO DE ACTIVIDADES

1



MEDIO

Alejandro Sepúlveda P.



Ministerio de Educación

Gobierno de Chile

Edición especial para el Ministerio de Educación. Prohibida su comercialización.



SANTILLANA

1º
Medio

MATEMÁTICA

CUADERNO DE ACTIVIDADES

Alejandro Sepúlveda Peñaloza

Licenciado en Matemática
Magíster en Estadística
Doctor (c) en Estadística
Pontificia Universidad Católica de Chile

Extiende tu proceso de aprendizaje en este Cuaderno de Actividades. Cada vez que encuentres el siguiente ícono en el texto, debes usar este material.

Cuaderno de Actividades 

Aquí encontrarás entretenidas y variadas actividades que te permitirán reforzar, ejercitar y profundizar los contenidos trabajados en tu texto de Matemática 1º medio.

El Cuaderno de Actividades tiene cuatro unidades organizadas por lecciones directamente vinculadas a lo desarrollado en el texto.

NOMBRE: _____

CURSO: _____

COLEGIO: _____

¡Bienvenido a este nuevo desafío!

El Cuaderno de Actividades **Matemática 1° Medio** es una obra colectiva, creada y diseñada por el Departamento de Investigaciones Educativas de Editorial Santillana bajo la dirección de:

RODOLFO HIDALGO CAPRILE

Subdirección editorial:	Cristian Gúmera Valenzuela
Coordinación editorial:	Marcela Briceño Villalobos
Jefatura Área Matemática:	Patricio Loyola Martínez
Edición:	Dafne Vanjorek Suljgoi
Asistente de edición:	Luis Paredes Pérez
Autoría:	Alejandro Sepúlveda Peñaloza
Corrección de estilo:	Alejandro Cisternas Ulloa
Solucionario:	Alexis Aravena Coliñir
Documentación:	Cristian Bustos Chavarría
Subdirección de Diseño:	María Verónica Román Soto
Diseño y diagramación:	Álvaro Pérez Montenegro
Cubierta:	Concepción Rosado Herrero Sergio Pérez Jara
Ilustración cubierta:	Fabián Rivas
Producción:	Rosana Padilla Cencever

En este libro se usan de manera inclusiva términos como «los niños», «los padres», «los hijos», «los apoderados», «profesores» y otros que se refieren a hombres y mujeres. De acuerdo con la norma de la Real Academia Española, el uso del masculino se basa en su condición de término genérico, no marcado en la oposición masculino/ femenino; por ello se emplea el masculino para aludir conjuntamente a ambos sexos, con independencia del número de individuos que formen parte del conjunto. Este uso evita, además, la saturación gráfica de otras fórmulas, que puede dificultar la comprensión de lectura y limitar la fluidez de lo expresado.

© 2020, by Santillana del Pacífico S. A. de Ediciones. Andrés Bello 2299 Piso 10, oficinas 1001 y 1002, Providencia, Santiago (Chile).
Impreso en Chile por A IMPRESORES S.A. ISBN: 978-956-15-3690-6. Inscripción n°: 2020-A-9889
Se terminó de imprimir esta 2ª edición de 233.859 ejemplares en el mes de agosto del año 2021. www.santillana.cl
Primer año de uso facultativo

Unidad 1 CIENCIA Y TECNOLOGÍA 4

LECCIÓN 1: OPERATORIA EN LOS NÚMEROS RACIONALES	4
Conjunto de los números racionales	4
Adición y sustracción de números racionales	6
Multiplicación y división de números racionales	10
Operaciones combinadas	14
¿CÓMO VAS?	16

LECCIÓN 2: POTENCIAS	18
Potencias de base y exponente entero	18
Potencias de base racional y exponente entero	20
Multiplicación y división de potencias	22
Crecimiento y decrecimiento exponencial	24
¿CÓMO VAS?	26

LECCIÓN 3: PRODUCTOS NOTABLES	28
Cuadrado de un binomio	28
Suma por su diferencia	30
Producto de binomios con un término en común	32
¿CÓMO VAS?	34

LECCIÓN 4: ÁREA DE LA SUPERFICIE Y VOLUMEN DEL CONO	36
Área de la superficie del cono	36
Volumen del cono	40
¿CÓMO VAS?	44
¿QUÉ APRENDISTE?	46

Unidad 2 NUESTRO ENTORNO 48

LECCIÓN 5: SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES	48
Ecuación lineal con dos incógnitas	48
Sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas	50
Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones	51
▪ Método gráfico	51
▪ Método de igualación	52
▪ Método de sustitución	54
▪ Método de reducción	56
¿CÓMO VAS?	58

LECCIÓN 6: RELACIONES LINEALES EN DOS VARIABLES	60
--	-----------

Relaciones lineales de la forma $f(x,y) = ax + by$	60
Variación de parámetros	64
¿CÓMO VAS?	66

LECCIÓN 7: PERÍMETRO Y ÁREA DE SECTORES Y SEGMENTOS CIRCULARES ..	68
Perímetro y área de sectores circulares	68
Perímetro y área de segmentos circulares	72
¿CÓMO VAS?	76
¿QUÉ APRENDISTE?	78

Unidad 3 MEDIOAMBIENTE 80

LECCIÓN 8: HOMOTECIA Y TEOREMA DE TALES	80
Homotecia	80
Homotecia de forma vectorial	84
Teorema de Tales	88
¿CÓMO VAS?	94

LECCIÓN 9: SEMEJANZA	96
Semejanza de figuras	96
Criterios de semejanza de triángulos	100
Teorema de Euclides	104
¿CÓMO VAS?	108
¿QUÉ APRENDISTE?	110

Unidad 4 LOS DEPORTES 112

LECCIÓN 10: ANÁLISIS DE POBLACIONES	112
Registro de distribuciones	112
Comparación de dos poblaciones	117
¿CÓMO VAS?	122

LECCIÓN 11: REGLAS DE LA PROBABILIDAD	124
Unión e intersección de eventos	124
Regla aditiva de la probabilidad	128
Regla multiplicativa de la probabilidad	132
¿CÓMO VAS?	136

LECCIÓN 12: COMPORTAMIENTO ALEATORIO	138
Tabla de Galton y paseos aleatorios	138
Probabilidad en paseos aleatorios	144
¿CÓMO VAS?	150
¿QUÉ APRENDISTE?	152

SOLUCIONARIO 154

LECCIÓN 1

OPERATORIA EN LOS NÚMEROS RACIONALES

Conjunto de los números racionales

1. Ubica cada valor en el conjunto numérico correspondiente.

1	0,08	$0,\bar{3}$	$-\frac{2}{5}$
-745	-15	$4,\overline{09}$	15
7102	-1,7	-1	$\frac{8}{9}$

Q

Z

N

2. Relaciona los siguientes números con el signo \in (pertenece), o \notin (no pertenece) según corresponda en cada conjunto.

- | | |
|---|---|
| <p>a. -204 <input type="radio"/> N <input type="radio"/> Z <input type="radio"/> Q</p> <p>b. $-0,8\bar{9}$ <input type="radio"/> N <input type="radio"/> Z <input type="radio"/> Q</p> <p>c. 1 025 <input type="radio"/> N <input type="radio"/> Z <input type="radio"/> Q</p> <p>d. 425 <input type="radio"/> N <input type="radio"/> Z <input type="radio"/> Q</p> <p>e. $-\frac{897}{7}$ <input type="radio"/> N <input type="radio"/> Z <input type="radio"/> Q</p> | <p>f. -0,54 <input type="radio"/> N <input type="radio"/> Z <input type="radio"/> Q</p> <p>g. 7,00 <input type="radio"/> N <input type="radio"/> Z <input type="radio"/> Q</p> <p>h. -250 <input type="radio"/> N <input type="radio"/> Z <input type="radio"/> Q</p> <p>i. 0,25 <input type="radio"/> N <input type="radio"/> Z <input type="radio"/> Q</p> <p>j. $\frac{109}{3}$ <input type="radio"/> N <input type="radio"/> Z <input type="radio"/> Q</p> |
|---|---|

3. Representa cada número decimal como una fracción. Luego, si es posible, simplifica.

a. 0,64

c. $0,\bar{8}$

e. $2,\bar{6}$

b. 1,728

d. $0,\bar{63}$

f. $1,4\overline{06}$

4. Escribe un número racional que se encuentre entre cada par de números.

a. $0,24$ $0,25$

d. $-2,1$ $-2,09$

g. $1,\bar{6}$ $1,7$

b. $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{8}$

e. $-0,1$ $0,1$

h. $0,\bar{1}$ $0,\bar{2}$

c. $\frac{25}{4}$ $6,26$

f. $\frac{11}{2}$ $\frac{17}{3}$

i. $-0,47$ $-\frac{23}{5}$

5. Evalúa si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F). Justifica.

a. En el número racional de la forma $\frac{a}{b}$, b puede ser igual a cero.

b. Todo número natural es entero.

c. Toda fracción se puede expresar como un número decimal finito.

d. Todos los números enteros son racionales.

e. Todos los números racionales son enteros.

f. Algunos números racionales son decimales infinitos.

g. Todo decimal finito es racional.

h. Todo número natural o entero se puede representar como una fracción.

6.  Analicen la solución de la ecuación $ax + 1 = 37$ y señalen a qué conjunto numérico pertenece el valor de x en cada caso.

a. Si a es un entero positivo y múltiplo de 36, entonces, $x \in$.

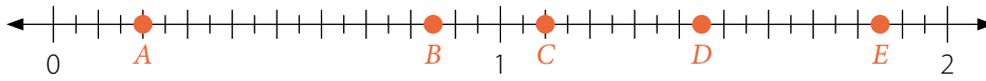
b. Si a es un entero positivo y es divisor de 36, entonces, $x \in$.

c. Si a es un entero negativo y múltiplo de 36, entonces, $x \in$.

d. Si a es un entero negativo y es divisor de 36, entonces, $x \in$.

Adición y sustracción de números racionales

1. Identifica los valores de A , B , C , D y E ubicados en la recta numérica. Luego, calcula las operaciones solicitadas.



a. $A + B + C$

c. $E + B - A$

e. $D - B - C$

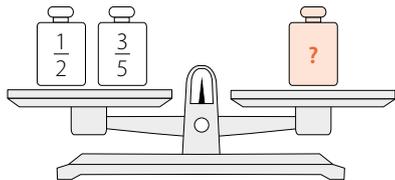
b. $C + D + E$

d. $C - A + D$

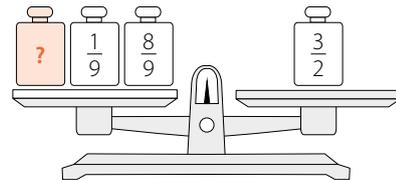
f. $E - B - A$

2. Observa cada una de las balanzas y selecciona con un el número racional que la equilibra.

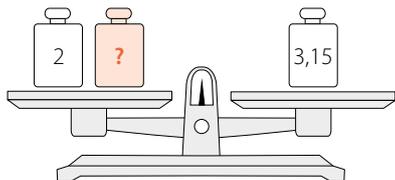
a. 1,1 1,2 1



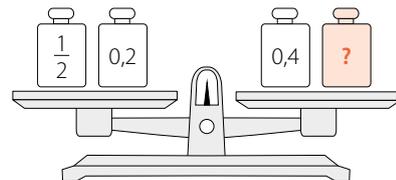
d. 0,5 2,5 1,5



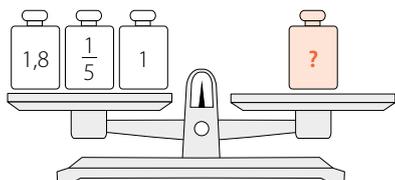
b. 5,15 1,85 1,15



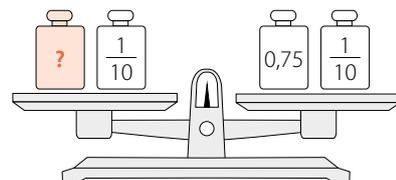
e. 0,9 0,3 1



c. 2,9 3 1,6



f. 2,5 1,5 0,75



3. Resuelve las siguientes operaciones que involucran adiciones y sustracciones con números racionales.

a. $\frac{4}{5} + 0,\bar{3} + 5,2$

e. $\frac{3}{4} - \frac{8}{10} + \frac{-1}{10}$

b. $1,\overline{02} + \frac{2}{8} + \frac{2}{10}$

f. $-1,2 + 1,\bar{2} - 1$

c. $1,3 + 1,\bar{3} - \frac{1}{4}$

g. $3\frac{1}{4} - 5\frac{2}{8} - 1$

d. $5 + \frac{-1}{2} - 1,\bar{2}$

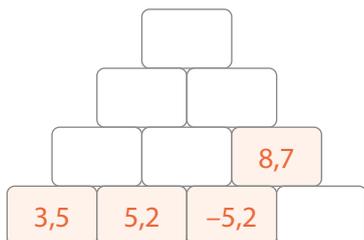
h. $-0,\bar{5} - 1\frac{5}{6} - 7$

- ¿Cuál es tu estrategia, operar con fracciones o con decimales? ¿Por qué la utilizas?

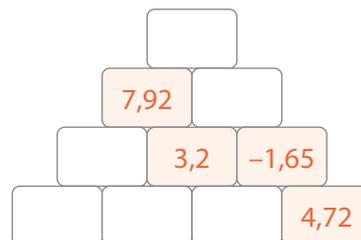
4. Completa cada espacio sumando o restando según la clave entregada.



a.



b.



5. Analiza y completa los siguientes «sumagramas», de forma que la suma de la última fila y la última columna sea igual.

a.

4,7	+		=	7,2
+		+		+
1,8	+		+	2,1
=		=		=
	+	2,8	=	

b.

-0,2	+	9,7	=	
+		+		+
2,3	+		=	2,1
=		=		=
	+	9,5	=	11,6

c.

10,2	+	-2,5	=	
+		+		+
-3,1	+		=	-2,1
=		=		=
	+	-1,5	=	

6. Analiza y completa los siguientes «sustragramas», de forma que la resta de la última fila y la última columna sea igual.

a.

5,2	-	2,5	=	
-		-		-
3,1	-		=	2,4
=		=		=
	-	1,8	=	

b.

-7,5	-	-10,9	=	
-		-		-
-12,7	-		=	-25,7
=		=		=
	-	-23,9	=	29,1

c.

4,8	-	-2,4	=	
-		-		-
0,5	-		=	-1,4
=		=		=
	-	-4,3	=	

7.  Propongan diferentes ideas para responder a lo solicitado.

a. Escriban y resuelvan tres adiciones entre dos números diferentes cuyo resultado sea $\frac{8}{5}$.

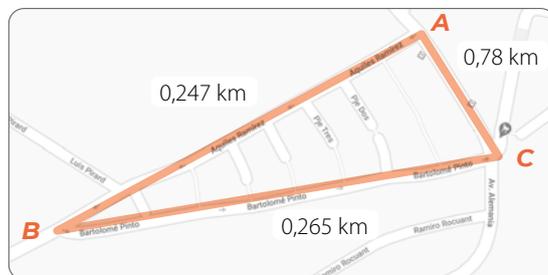
b. ¿Cuántas posibilidades hay para plantear la adición? Expliquen.

c. Escriban tres sustracciones entre dos números diferentes cuyo resultado sea $-\frac{5}{8}$.

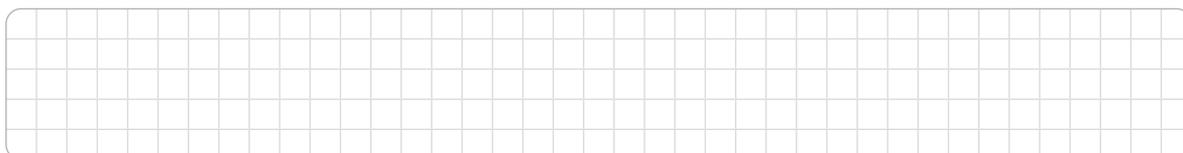
d. ¿Cuántas sustracciones se pueden crear? Expliquen.

8. Resuelve los siguientes problemas.

- a. En la mañana, Isabel va de su casa (punto **A**) al colegio (punto **B**). Al terminar las clases, va donde su abuela (punto **C**) y después se dirige a su casa, como se muestra en el mapa. ¿Cuántos kilómetros recorrió en total?



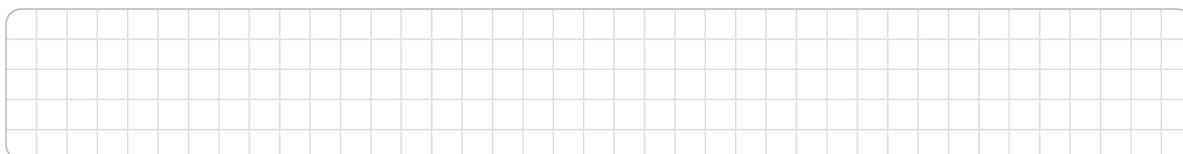
- b. De sus ahorros, Matías gastó $\frac{2}{9}$ en un regalo, luego usó $\frac{4}{9}$ del monto inicial para comprar una polera y $\frac{1}{3}$ en el cine. ¿Qué fracción del dinero ahorrado le quedó a Matías después de estos gastos?



- c. En un ascensor hay dos personas con una masa corporal de 75 kg y 80,5 kg y una caja de 55,6 kg. Si el ascensor admite 350 kg de carga máxima, ¿puede subir una persona más si su masa corporal es de 89 kg? ¿Por qué?



- d. En una carrera Jorge corrió 20,45 m, Andrés $20\frac{1}{4}$ m, Carola, 20,2 m y Daniela, $20\frac{7}{10}$ m. ¿Cuántos metros de diferencia hubo entre la persona que corrió más y la que corrió menos?



9.  **ACTIVIDAD DE PROFUNDIZACIÓN** Analicen, y luego respondan.

Una balanza tiene un peso desconocido. Para calcularlo, Antonella se sube a ella y marca 103,5 kg, después Josefa hace lo mismo y mide 90,9 kg. Luego se suben ambas a la balanza y señala 149,4 kg. ¿Cuántos kilogramos tiene el peso desconocido?



Multiplicación y división de números racionales

1. Calcula las siguientes multiplicaciones de números racionales.

a.

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{9}$$

e.

$$-\frac{3}{2} \cdot 2,5$$

b.

$$-\frac{7}{11} \cdot \left(-\frac{10}{2}\right)$$

f.

$$\frac{10}{6} \cdot 1,\bar{6} \cdot 9$$

c.

$$-\frac{7}{8} \cdot \frac{7}{6}$$

g.

$$2,25 \cdot 1,5 \cdot 0,\bar{3}$$

d.

$$\frac{2}{9} \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{9}{2}\right)$$

h.

$$(-0,8) \cdot 5,4 \cdot (-1,1)$$

2. Sustituye los valores $W = \frac{3}{4}$, $X = \frac{-4}{5}$, $Y = 2,4$, $Z = -2,\bar{3}$, y resuelve los productos solicitados.

a.

$$X \cdot W$$

d.

$$Z \cdot X \cdot Y$$

b.

$$Z \cdot Y$$

e.

$$-W \cdot Z \cdot (-Y)$$

c.

$$-W \cdot Z$$

f.

$$2(-X) \cdot W \cdot Z$$

3. Calcula las siguientes divisiones de números racionales.

a. $\frac{5}{9} : \frac{3}{5}$

e. $1,25 : 0,5$

b. $\frac{7}{8} : \frac{7}{6}$

f. $3,\overline{6} : 2,\overline{6}$

c. $-\frac{2}{13} : \left(-\frac{13}{2}\right)$

g. $-\frac{3}{2} : 4,\overline{3}$

d. $\frac{18}{5} : \left(-\frac{9}{2}\right)$

h. $2,\overline{4} : (-2,4)$

4. Sustituye los valores $A = \frac{6}{5}$, $B = -4,2$, $C = \frac{4}{3}$, $D = 3,\overline{3}$ y resuelve las divisiones solicitadas.

a. $A : B$

d. $C : (-A)$

b. $C : D$

e. $-A : C$

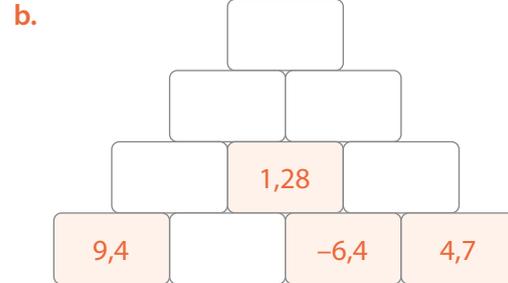
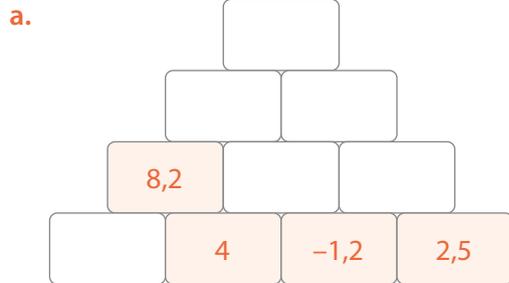
c. $-B : D$

f. $-B : (-C)$

5. Completa cada espacio multiplicando o dividiendo según la clave entregada.



Utiliza la calculadora para comprobar tus cálculos.



6. Completa cada recuadro según corresponda.

a.	0,12	→ $\cdot 0,12$	□	→ $: 0,1$	□	→ $\cdot (-1)$	□	→ $: 2$	□
b.	$\frac{1}{2}$	→ $: 0,2$	□	→ $\cdot 10$	□	→ $: 0,5$	□	→ $\cdot (-0,5)$	□
c.	$\frac{3}{8}$	→ $: \frac{8}{3}$	□	→ $: (-4)$	□	→ $\cdot (0,25)$	□	→ $: (-1)$	□
d.	$1,2$	→ $: 9$	□	→ $: (-3)$	□	→ $\cdot \frac{1}{11}$	□	→ $\cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$	□

7. **Analicen** las igualdades y determinen los valores que completa cada par de operaciones.

a. $\frac{5}{2} \cdot \square = 5$ y $\frac{5}{2} : \square = 5$	c. $\frac{4}{3} \cdot \square = \frac{3}{4}$ y $\frac{4}{3} : \square = \frac{3}{4}$
b. $1,4 \cdot \square = 0,7$ y $1,4 : \square = 0,7$	d. $0,3 \cdot \square = 1$ y $0,3 : \square = 1$

8. **ACTIVIDAD DE PROFUNDIZACIÓN** **Analicen** las siguientes preguntas y **justifiquen** sus respuestas.

- a. El producto de dos números decimales mayores que 1, ¿siempre es mayor que 1?
-
- b. El producto de dos números racionales mayores que 0 y menores que 1, ¿siempre es menor que cualquiera de sus factores?
-

9. Resuelve los siguientes problemas.

- a. Un arco de fútbol tiene las siguientes medidas de ancho y alto. Si una pulgada mide 0,0254 m, ¿cuánto miden, en pulgadas, el ancho y el alto del arco?



- b. Ocho panes iguales tienen una masa total de 1 kg. ¿Cuál es la masa de cada pan? ¿Cuál será la masa de diez panes y medio?



- c. Un médico recetó a Elías un medicamento cuya dosis es de un comprimido de 3,1 mg, 4 veces al día, durante 5 días. ¿Qué cantidad del medicamento tomará Elías en total?

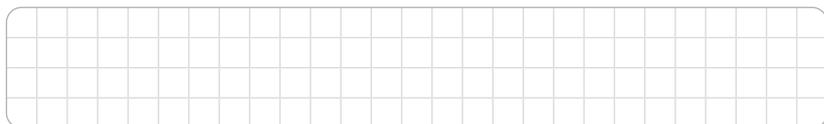


- d. La distancia entre Santiago y Puerto Montt es de, aproximadamente, 1 025 km. Si María Isabel ha recorrido las $\frac{3}{5}$ partes de ese trayecto, ¿cuántos kilómetros le faltan por recorrer?



10. **ACTIVIDAD DE PROFUNDIZACIÓN** Analicen, y luego respondan.

Claudia necesita comprar 1,2 kg de chocolate en polvo. En la tabla se muestra el precio y cantidad que contiene cada envase.



	Cantidad	Precio
Chocolate pequeño	0,12 kg	\$1 500
Chocolate mediano	0,15 kg	\$1 800

- a. ¿Cuál de los dos tipos de chocolate le conviene comprar? ¿Por qué?

- b. Si Claudia tiene \$15 000, ¿podrá realizar la compra de los 1,2 kg de chocolate? Justifica.

4. **Analiza** la propiedad indicada y completa con los números que correspondan. Luego, resuelve las operaciones para comprobar que se cumpla la igualdad.

a. Propiedad asociativa

$$1,5 \cdot \left(\square \cdot \frac{1}{5} \right) = \left(\square \cdot \frac{3}{8} \right) \cdot \square$$

b. Propiedad distributiva

$$\left(\frac{3}{7} + \frac{1}{3} \right) \cdot 0,2 = \frac{3}{7} \cdot \square + \frac{1}{3} \cdot \square$$

5. **Resuelve** los siguientes problemas.

a. Un camión transporta al sur 8 bloques de mármol de 1,56 toneladas cada uno y 4 vigas de hierro de 0,64 toneladas cada una. Si su carga máxima es 16 toneladas, ¿cuánta carga más puede soportar?

b. Un comerciante tiene dos sacos de harina; uno de $\frac{12}{5}$ kg y otro de 1,6 kg. Quiere distribuirla en paquetes de $\frac{1}{4}$ kg. ¿Cuántos paquetes tendrá en total?

SÍNTESIS

En las páginas tratadas anteriormente has estudiado:

Conjunto de los números racionales Páginas 4 y 5.

1. Si $x = 3,25$ e $y = -\frac{10}{3}$, entonces x e y pertenece (\in) o no pertenece (\notin) a:

a. \mathbb{N} b. \mathbb{Z} c. \mathbb{Q}

Adición y sustracción de números racionales

Páginas 6 a 9.

2. Calcula con decimales o fracciones $-\frac{10}{3} + 3,25$.

Multiplicación y división de números racionales

Páginas 10 a 13.

3. En la multiplicación y división de números racionales siempre se cumple que:

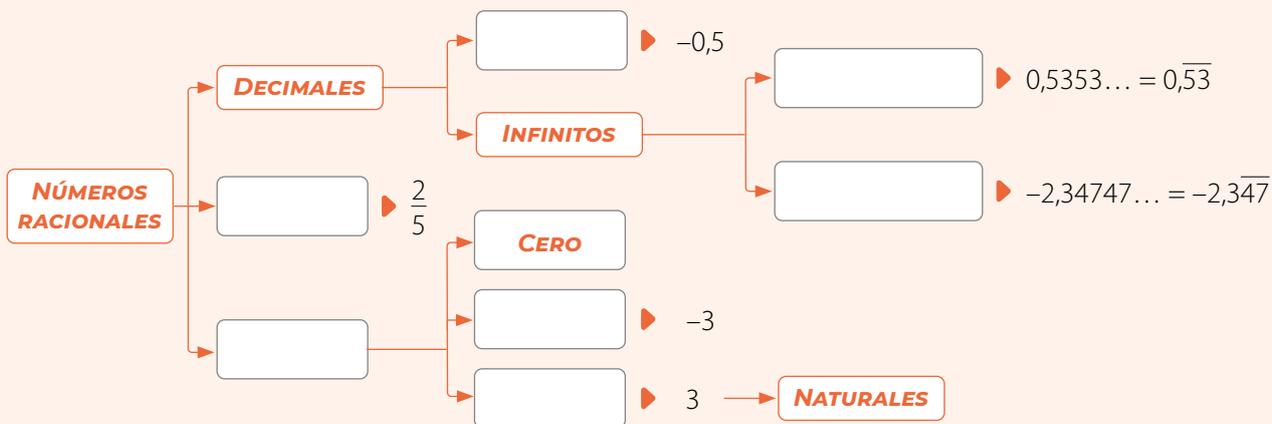
$+\cdot+=$ $-\cdot-=$ $+\cdot-=$
 $+\cdot-=$ $+\cdot+=$ $-:\cdot-=$

Operaciones combinadas Páginas 14 y 15.

4. Al resolver operaciones con paréntesis, potencias, multiplicación, división, adición y sustracción el orden en las operaciones es:

1º _____
 2º _____
 3º _____
 4º _____

1. Completa el siguiente diagrama.



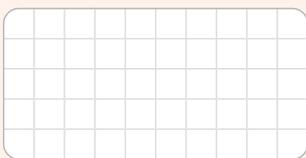
2. ¿Cuántas balanzas de cada tipo se deben usar para obtener el peso señalado en cada caso? Escribe la operación y el resultado según corresponda.



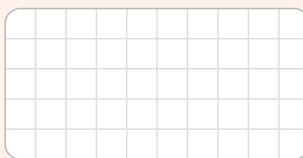
- a. 2,85 kg + + + =
- b. 5,35 kg + + + =
- c. 2,05 kg + + + =
- d. 3,60 kg + + + =

3. Calcula las siguientes operaciones considerando $a = -\frac{10}{3}$, $b = 1\frac{5}{4}$ y $c = 2,8$.

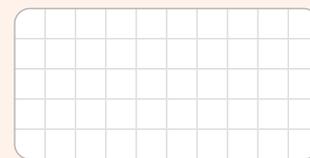
a. $(a \cdot c) : b$



b. $(b : c) \cdot a$

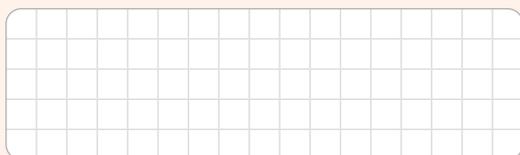


c. $(a : b) \cdot c$

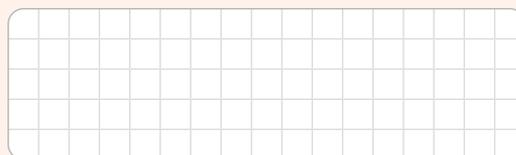


4. Resuelve las operaciones combinadas. Expresa tu resultado como una fracción irreducible.

a. $0,\bar{3} + \left[\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{11}{3} - \frac{7}{3} \right) + \frac{1}{3} \right]$



b. $\frac{2}{5} + \left[\frac{2}{11} \cdot \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{4} \right) : \frac{5}{2} \right] + 2$

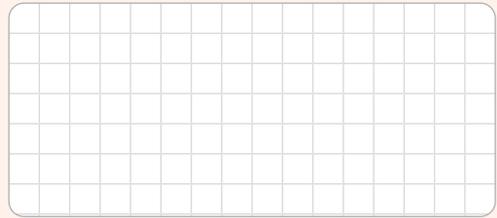


5. Analiza la siguiente situación, y luego responde.

En una competencia, Luisa se demoró 9,56 min en llegar a la meta, Andrés tardó $9\frac{3}{4}$ min, Carlos, $9\frac{28}{30}$ min y Daniela, 9,92 min.

a. ¿Cuántos segundos antes llegó Luisa que Andrés?

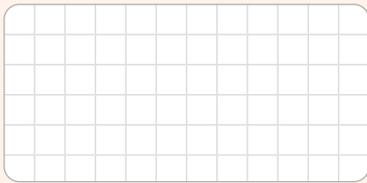
b. ¿Cuántos segundos más tarde llegó Carlos que Daniela?



6. Interpreta la siguiente información, y luego calcula. Los lados de una cancha son: largo (a) y ancho (b).

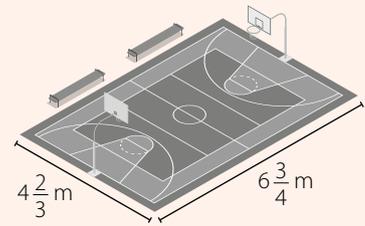
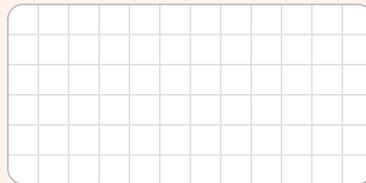
a. El perímetro de la cancha:

$$2(a + b)$$

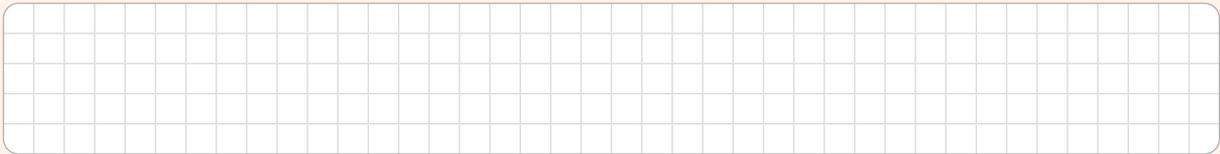


b. El área de la cancha:

$$a \cdot b$$



7. ACTIVIDAD DE PROFUNDIZACIÓN Comprueba y explica si la quinta parte de las tres cuartas partes de un número racional es mayor, menor o igual que los tres quintos de la cuarta parte de ese número.



¿CÓMO SIGUES AVANZANDO?

RETROALIMENTACIÓN

Responde con una actitud crítica considerando tu desempeño a lo largo de la lección.

1

¿Sentiste un clima de confianza al trabajar?
¿Por qué?

2

¿Cómo apreciarías tu desempeño? ¿En qué podrías mejorar?

3

Escribe un ejemplo en el que apliques lo aprendido en la lección.



• ¿Crees que tu método de estudio te está dando resultados? ¿Por qué?

POTENCIAS

Potencias de base y exponente entero

1. Escribe cada potencia como un producto de factores iguales.

a. $(-1)^5 =$

c. $(-6)^3 =$

b. $(4)^6 =$

d. $(-7)^4 =$

2.  Reúnanse en parejas para jugar al memorice de las potencias.

El objetivo del juego es formar grupos de tarjetas que representen expresiones equivalentes.

$\frac{1}{2^4} \cdot \frac{1}{2^4}$	$\frac{1}{256}$	$\frac{1}{4^3} \cdot \frac{1}{4^3}$	$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{64}$	$\frac{1}{3^2} \cdot \frac{1}{3^2}$	$\frac{1}{2^8}$	$\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9}$	$2^{-4} \cdot 2^{-4}$
$\frac{1}{3^4}$	$5^{-2} \cdot 5^{-2}$	$\frac{1}{81}$	$4^{-1} \cdot 4^{-5}$	$\frac{1}{25} \cdot \frac{1}{25}$	2^{-8}	3^{-4}	$\frac{1}{2^2} \cdot \frac{1}{2^2} \cdot \frac{1}{2^2} \cdot \frac{1}{2^2}$
$2^{-2} \cdot 2^{-2} \cdot 2^{-2} \cdot 2^{-2}$	$\frac{1}{5^2} \cdot \frac{1}{5^2}$	$4^{-3} \cdot 4^{-3}$	$\frac{1}{625}$	5^{-4}	$3^{-2} \cdot 3^{-2}$	$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4^5}$	

3. Completa la siguiente tabla. Luego responde y compara tus respuestas con las de un compañero.

Potencia	Multiplicación iterada	Signo del valor de la potencia	¿Exponente par o impar?	Valor de la potencia
$(-3)^3$				
$(-3)^4$				
$(-2)^5$				
$(-2)^6$				

a. ¿El número de iteraciones de la multiplicación de la base de una potencia corresponde al valor de la base o del exponente?

b. ¿El signo del resultado de una potencia de base negativa depende del exponente? Explica.

4. Escribe el signo, positivo o negativo, que corresponde al valor de cada potencia.

a. $(-8)^{15}$ Signo:

c. 25^3 Signo:

e. $(-5)^{20}$ Signo:

b. 12^9 Signo:

d. $(-6)^4$ Signo:

f. $(-9)^9$ Signo:

5. Resuelve las siguientes operaciones aplicando las propiedades de las potencias.

a. $\frac{3^5 \cdot 3^2}{2^7}$

c. $\frac{3^2 \cdot 3^6 \cdot 9^2}{81 \cdot 3^{-2}}$

e. $\frac{8^4 \cdot 8^{-4} \cdot 7^2}{8^5 \cdot 7^{-2} \cdot 7^{-1}}$

b. $\frac{6^2 \cdot 6^{-4} \cdot 6^3}{2^3 \cdot 3^3}$

d. $\frac{(-5)^4 \cdot (-5)^3 \cdot 25}{25^2 \cdot (-5)^8}$

f. $\frac{(-2)^{-2} \cdot (-2)^3 \cdot 2^6}{2^2 \cdot (-4)^3 \cdot (-2)^{-4}}$

6. Comprueba si el cuadrado de la suma (o diferencia) es igual a la suma (o diferencia) de los cuadrados. Para ello, reemplaza los valores de a y b y calcula en cada caso.

a	b	$(a + b)^2$	$a^2 + b^2$	$(a - b)^2$	$a^2 - b^2$
2	5				
-2	5				
2	-5				
-2	-5				

7. Compara los resultados obtenidos en la tabla del ítem 6. y responde.

a. ¿Obtienes los mismos resultados al calcular $(a + b)^2$ y $a^2 + b^2$? ¿Por qué?

b. ¿Obtienes los mismos resultados al calcular $(a - b)^2$ y $a^2 - b^2$? ¿Por qué?

Potencias de base racional y exponente entero

1. Escribe las siguientes potencias como potencias de exponente positivo.

a. $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = \square^{\square}$

d. $(-1)^{-10} = \square^{\square}$

g. $\left(\frac{1}{5}\right)^{-11} = \square^{\square}$

b. $(0,2\bar{7})^{-7} = \square^{\square}$

e. $\left(-\frac{1}{11}\right)^{-1} = \square^{\square}$

h. $(-5)^{-10} = \square^{\square}$

c. $\left(-\frac{10}{7}\right)^{-4} = \square^{\square}$

f. $(2,0\bar{3})^{-12} = \square^{\square}$

i. $(-0,1)^{-5} = \square^{\square}$

2. Calcula el valor de las siguientes potencias.

a. $\left(-\frac{77}{11}\right)^0 = \square$

d. $2^{-2} = \square$

g. $0,4^{-1} = \square$

b. $\left(\frac{2}{9}\right)^1 = \square$

e. $-(0,9)^0 = \square$

h. $-(0,1)^{-1} = \square$

c. $-\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = \square$

f. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = \square$

i. $\left(\frac{272}{100}\right)^0 = \square$

3. Desarrolla las siguientes potencias y compara utilizando los signos $<$, $>$ o $=$.

a. $\left(-\frac{1}{8}\right)^0 \square 9,92^0$

f. $4,5^2 \square \left(-\frac{9}{2}\right)^0$

b. $0,5^{-2} \square 0,5^2$

g. $3^{-2} \square \left(\frac{1}{3}\right)^2$

c. $4,82^{-4} \square 4,84^4$

h. $\left(\frac{6}{7}\right)^{-3} \square \left(\frac{6}{7}\right)^{-2}$

d. $1^{-2} \square \left(-\frac{92}{10}\right)^0$

i. $(0,6)^4 \square 0,6^4$

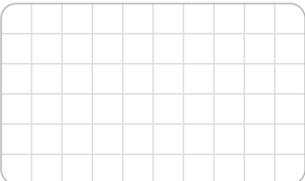
e. $\left(\frac{9}{10}\right)^5 \square \left(-\frac{9}{10}\right)^6$

j. $5,2^{-3} \square 2,5^{-3}$

4. Resuelve las potencias y completa la igualdad.

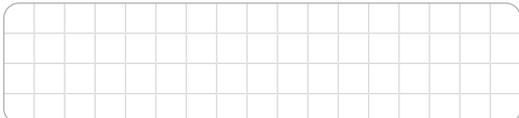
a. $\left(-\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{\square}{32}$ 

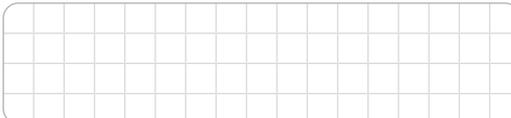
c. $0,5^{\square} = 0,125$ 

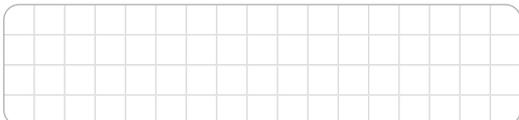
b. $\left(-\frac{4}{5}\right)^4 = \frac{\square}{625}$ 

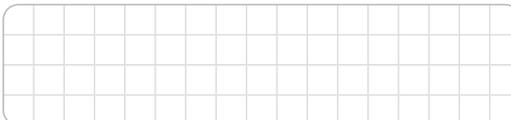
d. $0,04^{\square} = 0,0016$ 

5. Comprueba si se cumple cada una de las igualdades. Corrige de ser necesario.

a. $\left[\left(\frac{4}{5}\right)^0\right]^6 = 1$ 

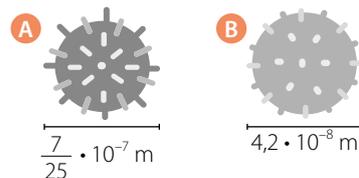
c. $\left[\left(\frac{7}{8}\right)^3\right]^4 = \left[\left(\frac{7}{8}\right)^4\right]^3$ 

b. $\left[\left(\frac{6}{11}\right)^{-1}\right]^{-1} = \frac{6}{11}$ 

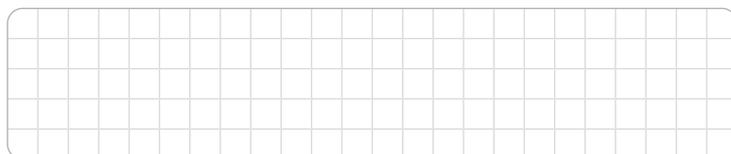
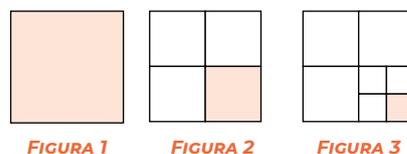
d. $\left[\left(\frac{1}{9}\right)^{-2}\right]^5 = (9^5)^2$ 

6.  Analicen cada situación, y luego respondan.

- a. El profesor de biología presenta una lámina con la información de la imagen, que contiene la medida aproximada del diámetro de los virus de la hepatitis **A** y **B**. Si el profesor pregunta: ¿cuál de los dos virus tiene un mayor diámetro? ¿Cuál es la respuesta correcta?

- b. En las siguientes figuras el área pintada corresponde a $\frac{1}{4}$ del área pintada del cuadrado anterior. Si el área del primer cuadrado es 1 m^2 , ¿qué potencia puede usarse para expresar el área de los cuadrados de las **FIGURAS 2 y 3**?

Multiplicación y división de potencias

1. Completa para que se cumpla cada igualdad.

a. $\left(-\frac{7}{4}\right)^{-8} \cdot \left(-\frac{7}{4}\right)^{-4} = \left(-\frac{4}{7}\right)^{\square}$

d. $\left(-\frac{1}{2}\right)^{\square} : \left(-\frac{1}{2}\right)^{-4} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$

b. $\left(\frac{9}{8}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^{\square} = \left(\frac{9}{8}\right)^{-6}$

e. $\left(-\frac{3}{5}\right)^{12} = \left(-\frac{3}{5}\right)^5 \cdot \left(-\frac{5}{3}\right)^{\square}$

c. $(0,2)^{\square} : (0,2)^8 = (0,2)^6$

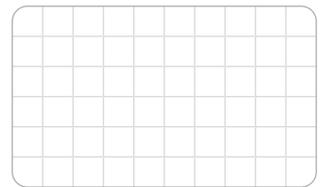
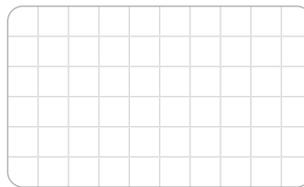
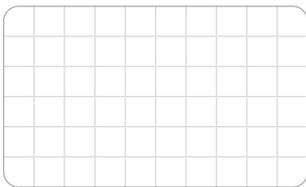
f. $(1,5)^{\square} : (1,5)^{-12} = 1,5^4$

2. Aplica las propiedades de las potencias y resuelve las siguientes operaciones.

a. $\left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot 5$

c. $0,25^5 \cdot 8,5^5$

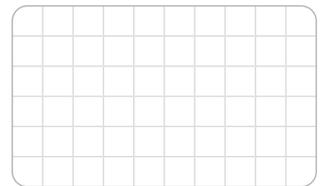
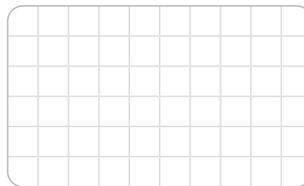
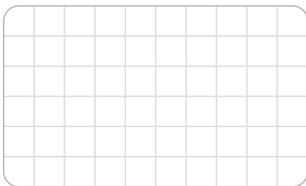
e. $3^{-2} : \left(\frac{1}{3}\right)^{-9}$



b. $\left(\frac{2}{3}\right)^6 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-4}$

d. $7,4^7 : \left(\frac{74}{10}\right)^1$

f. $\left(\frac{11}{4}\right)^5 : \left(\frac{1}{3}\right)^5$

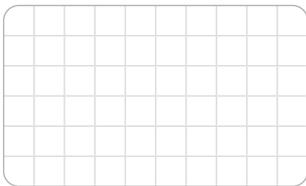


3. Sustituye los valores de $a = 2$, $b = -2$, $c = -1$ y $d = 3$. Luego calcula y simplifica cuando sea necesario.

a. $\left(\frac{1}{5}\right)^b \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^a$

c. $\left(\frac{1}{2}\right)^d \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^c$

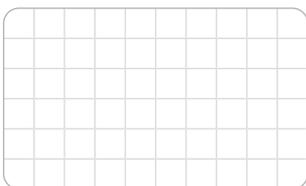
e. $\left(\frac{1}{9}\right)^a : \left(\frac{9}{c}\right)^b$



b. $\left(\frac{d}{7}\right)^5 : \left(\frac{d}{7}\right)^a$

d. $\left(\frac{a}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^b$

f. $[(4,5)^a]^c : \left(\frac{9}{2}\right)^b$



4. Analiza y completa los recuadros de manera que las igualdades sean verdaderas.

a. $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\square} = \left(\frac{\square}{\square}\right)^{\square + \square} = \left(\frac{\square}{\square}\right)^7$

c. $\left(\frac{5}{6}\right)^{\square} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \left(\frac{\square}{\square}\right)^{\square} = \left(\frac{\square}{\square}\right)^2$

b. $\left(\frac{1}{\square}\right)^{\square} : \left(\frac{\square}{2}\right)^5 = \left(\frac{\square}{\square}\right)^{\square - \square} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$

d. $\left(\frac{3}{5}\right)^{-4} : \left(\frac{2}{3}\right)^{\square} = \left(\frac{\square}{\square}\right)^{\square} = \left(\frac{\square}{\square}\right)^{-4}$

5. Comprueba si se cumple cada una de las igualdades. Corrige de ser necesario.

a. $\left[\left(\frac{1}{6} \cdot \frac{7}{5}\right)^3\right]^2 = \left(\frac{1}{6}\right)^6 \cdot \left(\frac{7}{5}\right)^2$

d. $\left(\frac{2}{3}\right)^8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^8 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^8 = \left(\frac{1}{5}\right)^8$

b. $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^3 : \left(\frac{2}{5}\right)^{-3}\right]^{-5} = 1$

e. $\left[\left(\frac{3}{2}\right)^2 : \left(\frac{3}{2}\right)^{-3}\right] \cdot \left[\left(\frac{3}{2}\right)^{-3} : \left(\frac{3}{2}\right)^3\right]^{-1} = \left(\frac{3}{2}\right)^5$

c. $\left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot (2)^{-4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^{12}$

f. $\left[\left(\frac{7}{4}\right)^{-1} : \left(\frac{7}{4}\right)^{-6}\right] : \left[\left(\frac{7}{4}\right)^4 : \left(\frac{7}{4}\right)\right]^2 = \frac{4}{7}$

6. Resuelvan y elaboren un dibujo con los datos del siguiente problema.

Una arquitecta debe diseñar un tanque en forma de prisma rectangular con base cuadrada que contenga $1,25 \text{ m}^3$ de agua. Si la superficie disponible es de $1,44 \text{ m}^2$, ¿qué altura debe tener el tanque?

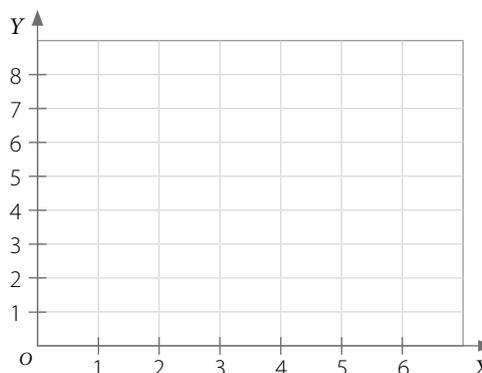
Crecimiento y decrecimiento exponencial



Utiliza la calculadora para comprobar tus cálculos.

1. Completa la tabla, y luego construye el gráfico correspondiente.

x	$y = (1,5)^x$
0	
1	
2	
3	
4	
5	



2. Analiza la siguiente información. Luego, desarrolla las actividades.

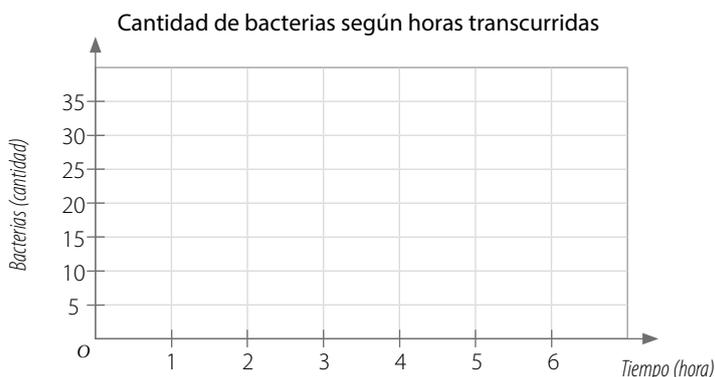
Una bacteria se reproduce en un laboratorio y cada hora se duplica. Al comenzar se tiene 1 bacteria.

a. Completa la tabla con la cantidad de bacterias según las horas transcurridas y con la potencia que permite calcularla.

Tiempo (hora)	0	1	2	3	4	5
Bacterias (cantidad)	1	2	4	8		
Potencia						

b. ¿Qué expresión exponencial modela el crecimiento de esta bacteria?

c. Completa el gráfico de la reproducción de bacterias a partir de los datos de la tabla.



d. ¿El número de bacterias a las 12 horas es el doble de la cantidad que hay a las 6 horas? Justifica tu respuesta.

4. Resuelve el siguiente problema.

En una fábrica se estudió el rebote de una pelota. Se concluyó que si se deja caer de 1 m de altura, el primer rebote alcanza 0,8 m de alto, el segundo $(0,8)^2$ m, y así sucesivamente.

Si la pelota se deja caer a 2 m de altura:

- a. ¿Cuántos rebotes se necesitan para alcanzar, aproximadamente, 1 m de altura?

- b. ¿Qué altura alcanza la pelota en el décimo rebote?

- c. ¿Después de 24 rebotes, seguirá rebotando la pelota? Justifica tu respuesta.

5. **ACTIVIDAD DE PROFUNDIZACIÓN** Demuestra cada igualdad utilizando las propiedades estudiadas.

a. $\frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$, con $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\}$, y $n \in \mathbb{N}$

b. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$, con $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\}$, y $n \in \mathbb{N}$

¿CÓMO SIGUES AVANZANDO?

RETROALIMENTACIÓN

Responde con una actitud crítica considerando tu desempeño a lo largo de la lección.

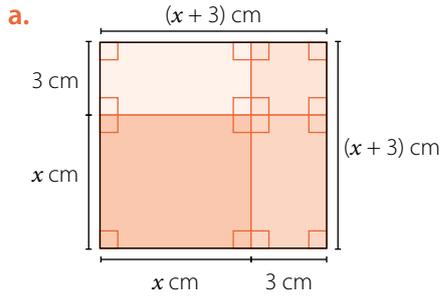
- Con respecto a las potencias: ¿cómo se relacionan con las que trabajaste en años anteriores? ¿Cuáles son las diferencias y similitudes?

- ¿Qué dificultades tuviste al resolver problemas de crecimiento y decrecimiento exponencial?

Escribe un ejemplo de crecimiento o decrecimiento exponencial

¿Qué tema de los estudiados en la lección consideras debes repasar?

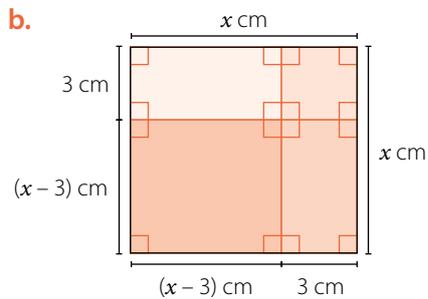
3. Calcula el área de cada cuadrado sumando las áreas de las figuras que lo componen.



Recuerda que para calcular el cuadrado de un binomio puedes utilizar lo siguiente:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$



4. Analiza cada expresión y completa con los términos que faltan.

a. $(a - 3)^2 = a^2 - 6 \square + \square$

f. $(\square + a^5)^2 = 25 + \square a^5 + \square$

b. $(2n + \square)^2 = \square + \square n + 36$

g. $(3x^2 - 4y^3)^2 = \square - 24x^2y^3 + \square$

c. $(2x + 1)^2 = \square x^2 + 4x + \square$

h. $(a - 4b)^2 = a^2 - 8 \square + \square$

d. $(3a - \square)^2 = \square - 12x + 4$

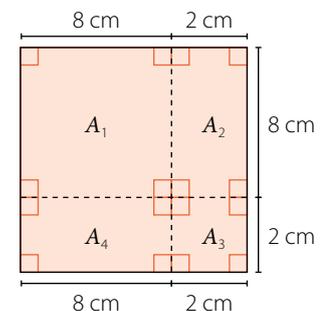
i. $(n^3 + 2n^2)^2 = \square + 4n^5 + \square$

e. $(x^3 - 6)^2 = \square - 12x^3 + \square$

j. $(2a^4 + 5b)^2 = \square a^8 + 20 \square + 25b^2$

5. **ACTIVIDAD DE PROFUNDIZACIÓN** Resuelve el siguiente problema.

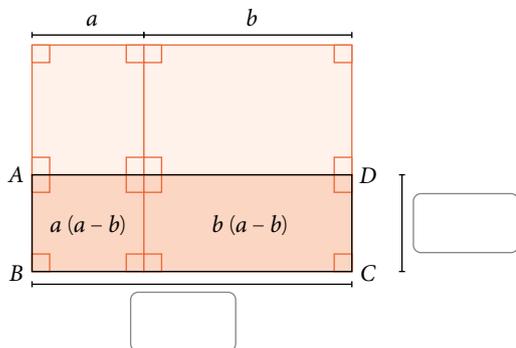
Calcula el área de cada una de las áreas que componen el cuadrado de la imagen y compárala con el área del cuadrado inicial.



Suma por su diferencia

1. Se quiere calcular el área del rectángulo $ABCD$ que se muestra en la figura.

a. Escribe las medidas que faltan en el rectángulo $ABCD$.

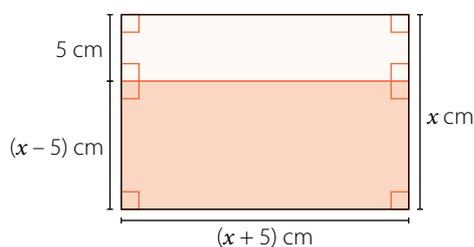


b. Completa el cálculo del área del rectángulo $ABCD$.

$$\begin{aligned} (a+b)(a-b) &= \square \cdot (a-b) + \square \cdot (a-b) \\ &= a^2 - \square + \square - \square \\ &= a^2 - \square \end{aligned}$$

2. Calcula el área de cada figura sumando las áreas de los rectángulos que la componen.

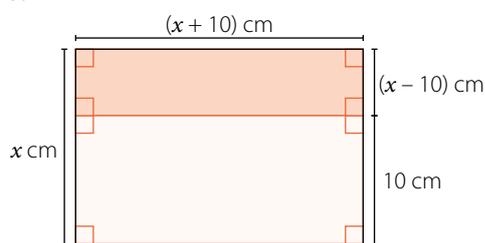
a.



Recuerda que para calcular la suma por su diferencia puedes utilizar lo siguiente:

$$(a-b)^2 = a^2 - b^2$$

b.



3. Analiza cada expresión y completa con los términos que faltan.

a. $(n+3)(n-3) = \square - \square$

b. $(2n + \square)(2n - 5) = \square - 25$

c. $(\square + 1)(x^2 - 1) = x^4 - \square$

d. $(3a - 4)(3a + 4) = \square - \square$

e. $(y - 1)(y + \square) = \square - 1$

f. $(\square + x)(5 - \square) = 25 - x^2$

g. $(3x^2 + y^3)(3x^2 - y^3) = 9\square - \square$

h. $(a^2 - \square)(a^2 + \square) = \square - 16$

i. $(n + n^2)(\square - \square) = n^2 - n^4$

j. $(\square + \square)(\square - \square) = x^2 - 16$

4. Resuelve los siguientes productos.

a. $(x + 2y)(x - 2y)$

b. $(4x^2 + x)(4x^2 - x)$

c. $(6 - 8b)(8b + 6)$

d. $(7n + 6)(-6 + 7n)$

e. $(5a^2 - 1)(5a^2 + 1)$

f. $(-3x + 12)(3x + 12)$

g. $(6 + b^6)(b^6 - 6)$

h. $(2x + y^2)(-2x + y^2)$

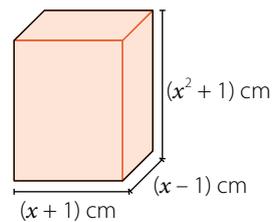
5. Resuelve los siguientes problemas.

a. Un cuadrado de área $x^2 \text{ cm}^2$ se reduce 5 cm de ancho y se aumenta 5 cm de largo. ¿Cuál es el área del nuevo rectángulo? ¿Cuántos cm^2 se redujo el área?

b. Dafne tiene un jardín de forma rectangular de $(4a - 5)$ m de ancho y $(4a + 5)$ m de largo. ¿Cuál es el área del jardín? ¿A cuántos metros cuadrados equivale si $a = 2$?

6. **ACTIVIDAD DE PROFUNDIZACIÓN** Analiza la información y responde.

Las medidas de los lados de un prisma rectangular están dadas en función de una variable x , como se muestra en la imagen. Expresa y calcula el volumen del prisma rectangular aplicando la suma por su diferencia.



4. Resuelve los siguientes productos de binomios con un término en común.

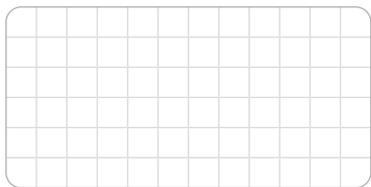
a. $(8b + 2)(8b + 6)$



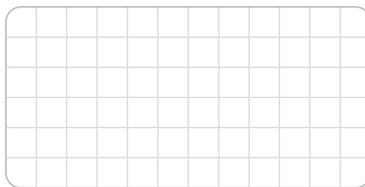
c. $(n^2 + 6n)(n^2 + 7n)$



b. $(4x^2 + 1)(4x^2 - 9)$



d. $(2x - 2y^2)(2x + y^2)$



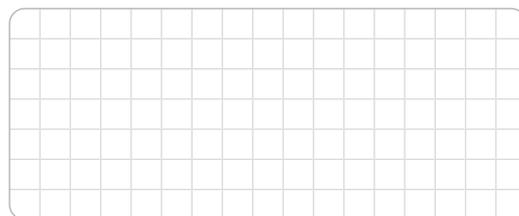
RECURSO WEB

Para profundizar o practicar puedes acceder a un recurso interactivo de Currículum Nacional en el siguiente sitio: <https://n9.cl/w89c>



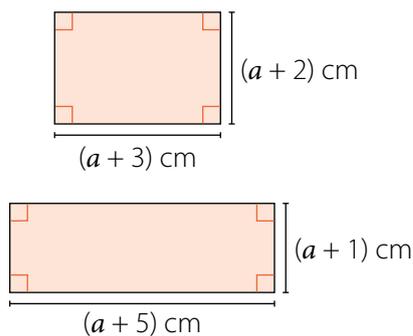
5. Resuelve el siguiente problema.

Un cuadrado de área x^2 m² se le aumentan 5 m de ancho y 2 m de largo. ¿Cuál es el área del nuevo rectángulo? ¿Aumenta o disminuye el área del rectángulo con respecto a la del cuadrado?



6. **ACTIVIDAD DE PROFUNDIZACIÓN** Analicen la información y respondan.

Los rectángulos de la imagen tienen igual área. ¿Cuál es el valor de a ?



SÍNTESIS

En las páginas tratadas anteriormente has estudiado:

Cuadrado de un binomio Páginas 28 y 29.

1. Completa las igualdades correspondientes:

$$(a + b)^2 = \square \square \square \square \square$$

$$\left(\square \square \square \right)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Suma por su diferencia

Páginas 30 y 31.

2. Completa la igualdad correspondiente:

$$\left(\square + \square \right) \left(\square \square \square \right) = a^2 - b^2$$

Producto de binomios con un término en común

Páginas 32 y 33.

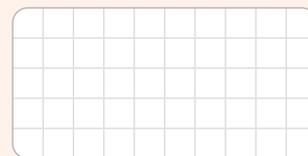
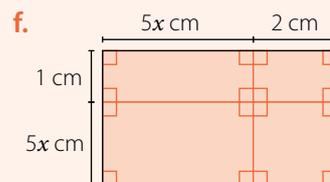
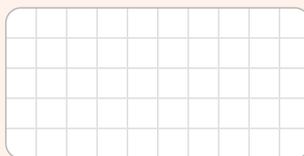
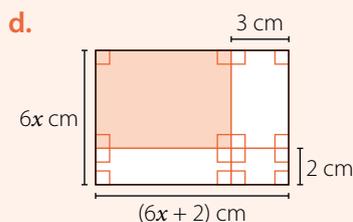
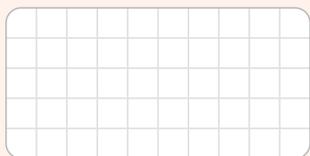
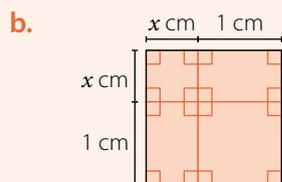
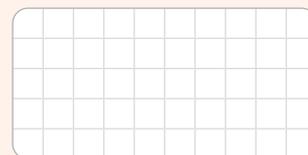
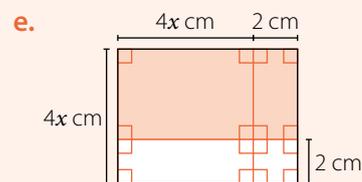
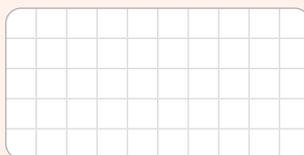
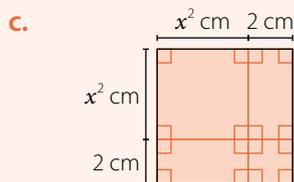
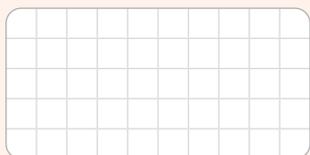
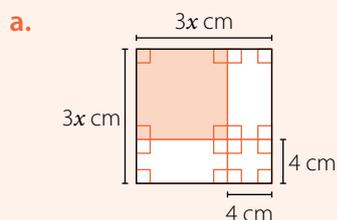
3. Completa la igualdad correspondiente:

$$(x + a)(x + b) = \square \square (a + b) \square \square$$

1. **Compara** los productos notables y une con una línea su desarrollo y el tipo de producto que le corresponde.

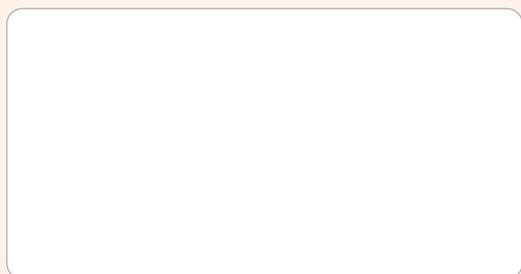
- | | | | | | | |
|----|--------------------|-----------------------|-------------------|-----------------------|-----------------------|---------------------------------------|
| a. | $(2a - 5)^2$ | <input type="radio"/> | $4a^2 + 20a + 25$ | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | Cuadrado de la suma |
| b. | $(2a - 5)(2a + 5)$ | <input type="radio"/> | $4a^2 - 20a + 25$ | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | Cuadrado de la diferencia |
| c. | $(2a + 5)^2$ | <input type="radio"/> | $4a^2 - 25$ | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | Producto con un término en común |
| d. | $(2a + 5)(2a - 2)$ | <input type="radio"/> | $4a^2 + 6a - 10$ | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | Producto de la suma por su diferencia |

2. **Interpreta** las medidas de cada figura y escribe el producto notable que corresponde al área pintada en cada caso. Luego calcula su desarrollo.

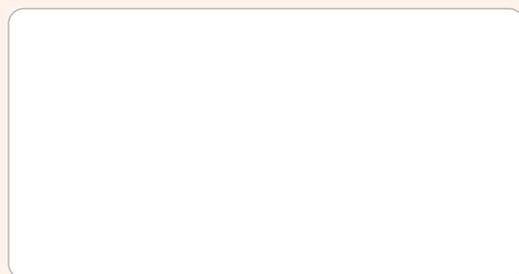


3. **Construye** un cuadrado o un rectángulo, según corresponda, que represente el área (A) indicada en cada caso.

a. $A = (x^2 + 6x + 9) \text{ cm}^2$



b. $A = (x^2 + 5x + 6) \text{ cm}^2$



4. Analiza si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F). Justifica en cada caso.

a. La expresión $x^2 + 1$ es el resultado del desarrollo de una suma por su diferencia.

b. La expresión $x^2 + 2x + 1$ es el resultado del desarrollo de un cuadrado de binomio.

5.  Resuelvan los siguientes problemas.

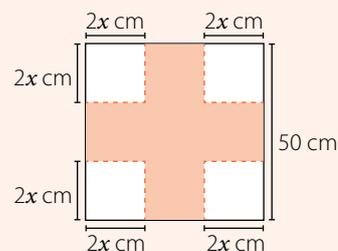
a. La profesora les pide a Daniela y Jorge que completen el siguiente producto de binomios con un término en común: $(x + \square)(x - \square) = x^2 - 5x + 6$. Ellos responden como se muestra a continuación:

DANIELA $(x + 6)(x - 1) = x^2 - 5x - 6$

JORGE $(x + 1)(x - 6) = x^2 - 5x - 6$

¿Quién está en lo correcto? ¿Por qué?

b. Mónica quiere construir una cruz a partir de un trozo cuadrado de cartulina de 50 cm de lado. Para ello, recortó cuadrados de lado $2x$ cm en las esquinas, como se muestra en la figura. Si luego quiere pintar la cruz de color rojo, ¿cuál es el área que debe pintar?



¿CÓMO SIGUES AVANZANDO?

RETROALIMENTACIÓN

Responde con una actitud crítica considerando tu desempeño a lo largo de la lección.

• Con respecto a los **productos notables**: ¿cuál te resultó más fácil y cuál te resultó más complejo?

• ¿Crees que la representación gráfica de los problemas te ayuda a comprenderlos mejor? ¿Por qué?

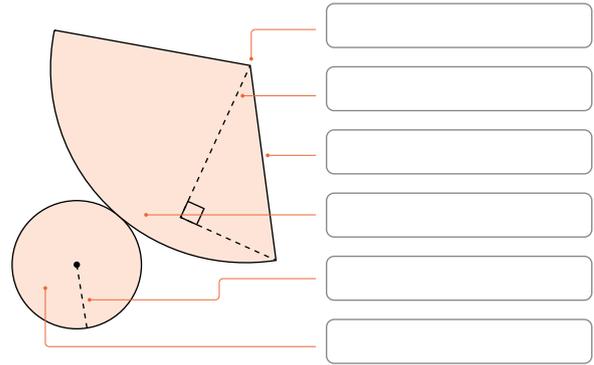
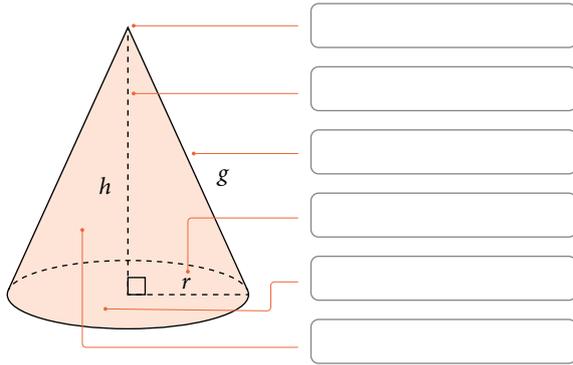
Escribe un problema en el que se aplique algún producto notable.

¿Qué tema de los estudiados en la lección consideras debes repasar?

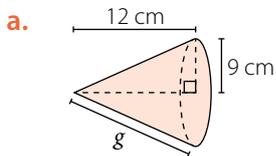


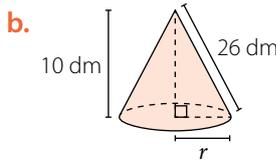
Área de la superficie del cono

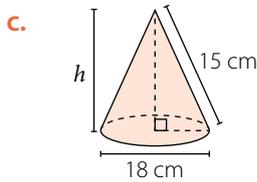
1. Identifica los elementos en el cono y en su red de construcción.



2. Calcula la generatriz (g), altura (h) o radio (r) del cono según corresponda.

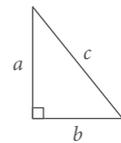






Recuerda que en un triángulo rectángulo el teorema de Pitágoras establece que:

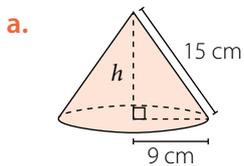
$$a^2 + b^2 = c^2$$

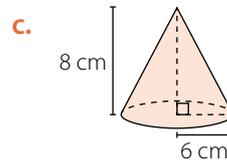


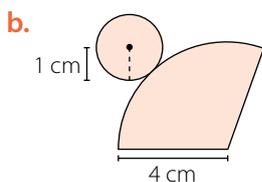
En consecuencia:

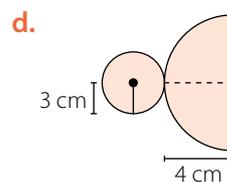
- $c = \sqrt{a^2 + b^2}$
- $a = \sqrt{c^2 - b^2}$
- $b = \sqrt{c^2 - a^2}$

3. Calcula el área lateral o manto de los siguientes conos o redes. Considera $\pi \approx 3,14$.







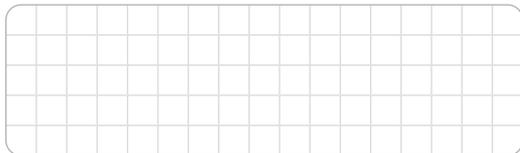
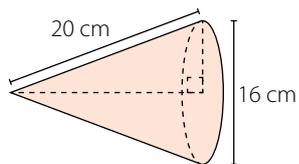


4. Calcula el área (A) de los siguientes conos. Considera $\pi \approx 3,14$.

Utiliza la calculadora para comprobar tus cálculos.



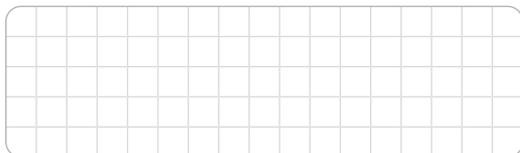
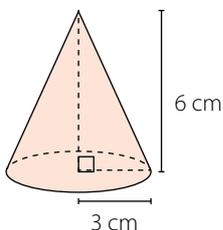
a.



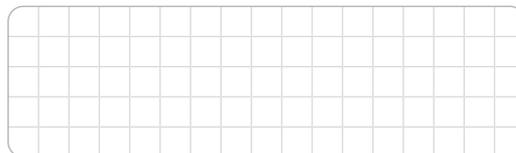
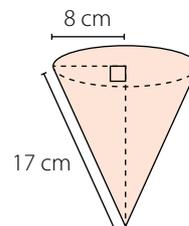
Recuerda que el área (A) de un cono puedes obtenerla al visualizar su red de construcción y la calculas utilizando:

$$\begin{aligned} A_{(\text{cono})} &= A_{(\text{base})} + A_{(\text{lateral})} \\ &= \pi r^2 + \pi r g \\ &= \pi r(r + g) \end{aligned}$$

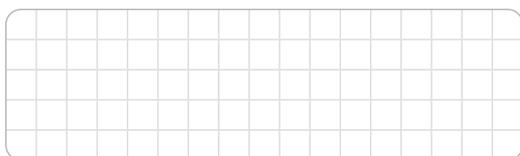
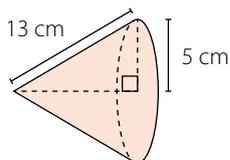
b.



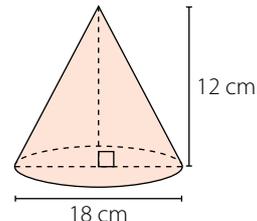
d.



c.

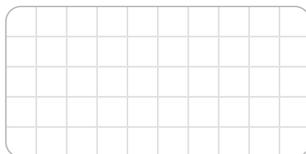
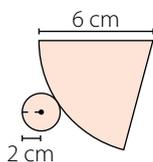


e.

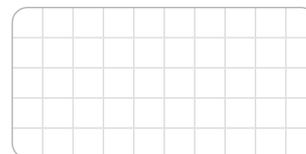
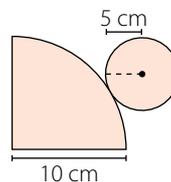


5. Observa cada red del cono, y luego calcula su área. Considera $\pi \approx 3,14$.

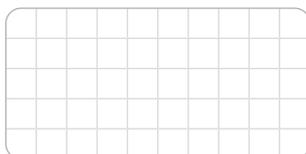
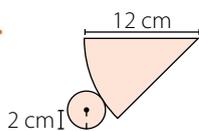
a.



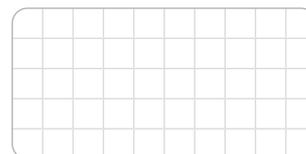
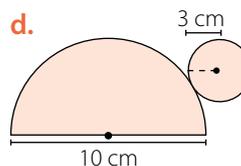
c.



b.



d.



6. En la tabla se muestran las medidas del radio, generatriz y área del cono. Calcula el dato que falta y complétala según corresponda. Considera $\pi \approx 3,14$.

	Radio (r)	Generatriz (g)	Área del cono (A) $A = \pi r(r + g)$	Cálculo
a.	10 cm	14 cm		
b.	7 cm		$105\pi \text{ cm}^2$	
c.	8 cm		$200\pi \text{ cm}^2$	
d.	3 cm	5 cm		
e.	10 cm		$250\pi \text{ cm}^2$	

7. Analiza la siguiente información, y luego responde. Considera $\pi \approx 3,14$.

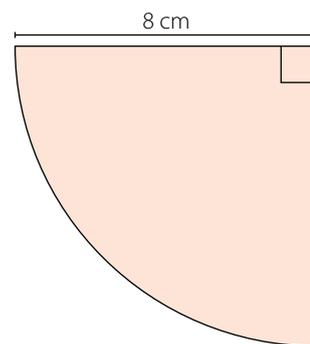
Un estudiante quiere confeccionar la red de un cono y solo ha elaborado la red del manto que se muestra en la imagen.

a. ¿Cuánto debe medir el radio de la base del cono?

b. ¿Cuál es el área del manto?

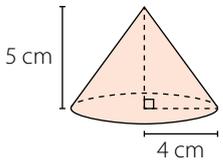
c. ¿Cuál es el área de la base del cono?

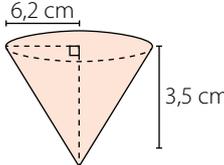
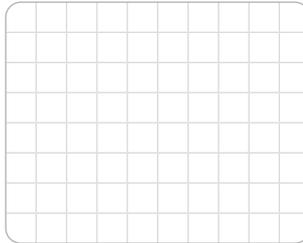
d. ¿Cuál es el área del cono?

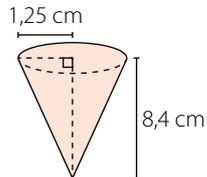


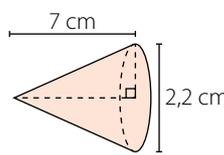
Volumen del cono

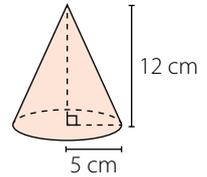
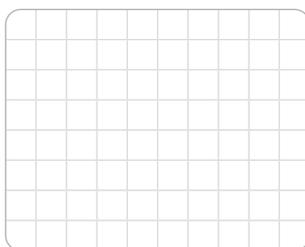
1. Calcula el volumen de los siguientes conos. Para ello, considera $\pi \approx 3,14$.

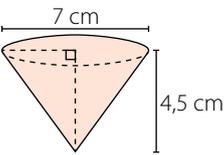
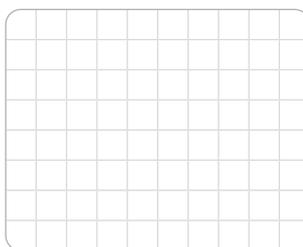
a.  

d.  

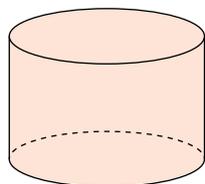
b.  

e.  

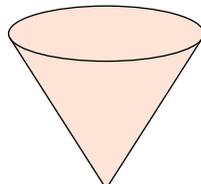
c.  

f.  

2. Responde las siguientes preguntas teniendo en cuenta la relación entre la fórmula del volumen (V_{cilindro}) de un cilindro de radio r y altura h y la fórmula del volumen (V_{cono}) de un cono de igual radio y altura.



$$V_{\text{cilindro}} = \pi r^2 h$$



$$V_{\text{cono}} = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

RECURSO WEB

Para comprobar la relación entre el volumen del cilindro y el cono puedes acceder al recurso interactivo: <https://n9.cl/8cj9>

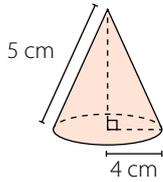


a. Si el volumen del cilindro es igual a $1\,296\pi \text{ cm}^3$, sin utilizar la fórmula indica cuánto es el volumen del cono. Explica cómo lo calculaste.

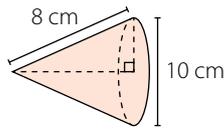
b. Para tener el mismo volumen del cilindro, ¿cuántas veces debe aumentar la altura del cono? Argumenta tu respuesta.

3. Usa el teorema de Pitágoras para calcular la altura (h) de cada cono. Luego determina el volumen. Considera $\pi \approx 3,14$.

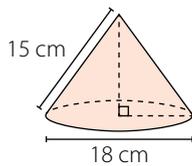
a.



b.



c.



4. Resuelve los siguientes problemas. Considera $\pi \approx 3,14$.

a. El volumen de un cono es 1000 cm^3 y el área de su base es 314 cm^2 .

- ¿Cuánto mide el radio de la base?

- ¿Cuánto mide su altura?

Recuerda que:

- El área de una circunferencia es $A = \pi r^2$
- El perímetro de una circunferencia es $P = 2\pi r$

En ambos casos el radio (r) se puede calcular así, respectivamente:

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} \quad r = \frac{P}{2\pi}$$

b. El volumen de un cono es 1500 cm^3 y el perímetro de su base es $94,2 \text{ cm}$.

- ¿Cuánto mide el radio de su base?

- ¿Cuánto mide su altura?

5. Analiza la información presentada en cada caso y responde.

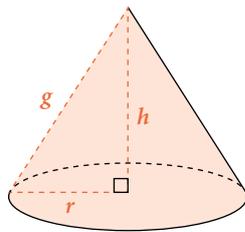
a. Un cono macizo de metal de radio 6 cm y altura 18 cm se fundió para hacer un cilindro.

- ¿Cuál sería la altura del cilindro si se mantiene el mismo radio del cono?
- ¿Cuál sería el radio del cilindro si se mantiene la misma altura del cono?

b. Un reloj de arena se compone por dos conos iguales unidos por su vértice. La altura total mide 19 cm y su diámetro 12 cm. Considera $\pi \approx 3,14$.

- Calcula el volumen máximo de arena que puede haber en el interior de uno de ellos.
- Si cada segundo cae $0,1 \text{ cm}^3$ de arena, ¿cuánto tiempo tarda en pasar la arena de un lado al otro?

6. Analicen la información y respondan.



$$A = \pi r^2 + \pi r g$$

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

a. Si el radio aumenta al doble y su altura se reduce a la mitad, ¿cuál es la expresión que corresponde al volumen del cono?

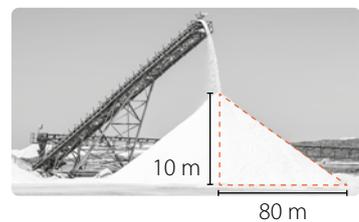
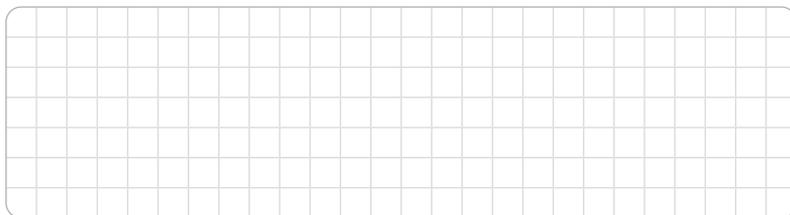
c. Comprueba si al aumentar el triple del radio (r), el volumen también aumenta al triple respecto del volumen original.

b. Si el radio disminuye a la mitad y su altura aumenta al doble, ¿cuál es la variación porcentual respecto del cono original?

d. Comprueba que si el radio aumenta el triple el área también aumenta el triple.

7. Resuelve el siguiente problema. Considera $\pi \approx 3,14$.

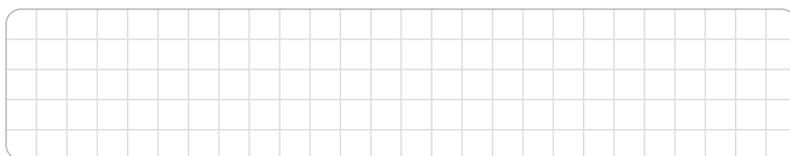
- a. En una planta de salitre almacenan el mineral formando cerros con forma similar a un cono, como se muestra en la imagen. Si el salitre acumulado debe ser transportado en un camión con capacidad de carga de 300 m^3 , ¿cuántos viajes debería realizar el camión?



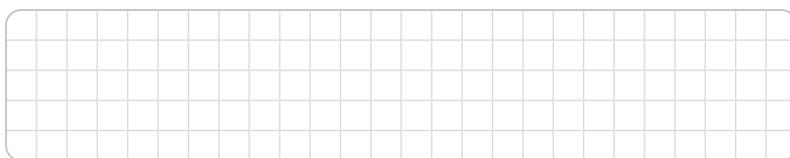
8. ACTIVIDAD DE PROFUNDIZACIÓN Analiza la información, y luego responde. Considera $\pi \approx 3,14$.

Una copa con forma cónica tiene las medidas que se observan en la imagen.

- a. ¿Cuánto es el máximo de agua que podemos verter en ella?



- b. ¿Cuántas copas iguales son necesarias para servir 500 cm^3 de agua?



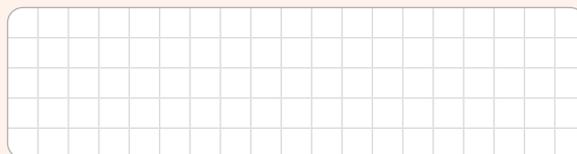
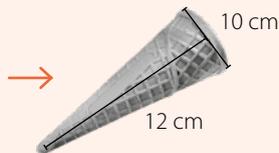
SÍNTESIS

En las páginas tratadas anteriormente has estudiado:

Área de la superficie del cono Páginas 36 a 39.

1. Escribe lo solicitado y responde: ¿cuál es el área total del barquillo?

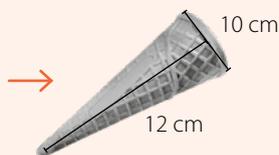
$$A_t = \boxed{\text{Área basal}} + \boxed{\text{Área lateral}}$$



Volumen del cono Páginas 40 a 43.

2. Completa la fórmula y responde: ¿cuántos cm^3 de helado, aproximadamente, alcanzan hasta el borde del barquillo?

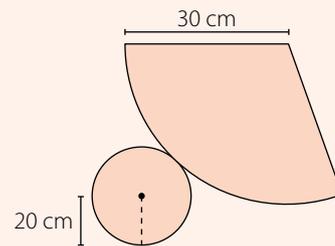
$$V = \frac{\pi \boxed{} \boxed{}}{\boxed{}}$$



4. Analiza la información, y luego responde.

Se quiere construir un cono a partir de la red que se muestra en la imagen.

a. ¿Cuánto mide la altura (h) del cono?

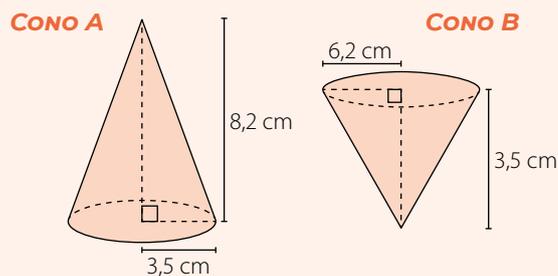


b. ¿Cuánto es el área del cono?

c. ¿Cuánto es el volumen del cono?

5. Compara los dos conos, calcula y responde.

¿Cuál de los conos tiene menos capacidad?



6. Resuelve el siguiente problema.

En la calle, para advertir de una pista que se va a cerrar, se pusieron 10 conos plásticos, de 36 cm de diámetro y 50 cm de altura cada uno.

¿Cuál es el área del manto de cada cono?

¿CÓMO SIGUES AVANZANDO?

RETROALIMENTACIÓN

Responde con una actitud crítica considerando tu desempeño a lo largo de la lección.

- ¿Cuál es la diferencia entre el volumen y el área de la superficie del cono? Explica.

- ¿La representación gráfica del cono te ayuda a comprender mejor los problemas? ¿Por qué?

Plantea un problema relacionado con el área o el volumen de un cono.

¿Qué tema de los estudiados en la lección consideras debes repasar?

1. Resuelve las operaciones solicitadas tomando en cuenta que: $X = \frac{1}{4}$; $Y = 0,\bar{4}$; $W = 2\frac{1}{2}$; y $Z = -1,6$.

a. $X + W - Z$

b. $(Y \cdot Z) : X$

c. $(W - X) : Y$

2. Resuelve las siguientes operaciones combinadas.

a. $10 \cdot \frac{5}{4 : \frac{3}{2 - \frac{1}{5}}}$

b. $0,6 - \frac{3}{2 + \frac{1}{5 \cdot \frac{1}{3}}}$

3. Resuelve las siguientes operaciones con potencias.

a. $\frac{(-4)^8 \cdot (-4)^6 \cdot 16}{16^{-2} \cdot (-4)^{10}}$

b. $\frac{3^{-5} \cdot 3^5 \cdot 5^2}{3^{-1} \cdot 5^2 \cdot 5}$

c. $\frac{(-3)^{-2} \cdot (-3)^3 \cdot 3^6}{3^2 \cdot (-3)^3 \cdot (-9)^{-4}}$

4. Completa los productos notables con los términos que faltan.

a. $(4n + 2)^2 = \square + 16n + \square$

d. $(5a^2 - 4a)^2 = \square - 40a^3 + \square$

b. $(x - \square)(x - 5) = \square - \square + 10$

e. $(6y - \square)^2 = \square - \square + 1$

c. $(\square + y)(2x^2 - y) = 4x^4 - \square$

f. $(\square + x)^2 = 25 + \square + \square$

5. Resuelve los siguientes productos notables.

a. $(8b^2 + 2b)^2$

c. $(4x^2 - 9)^2$

b. $(a + 3y)(-a + 3y)$

d. $(1 + 3y)(-2 + 3y)$

2 NUESTRO ENTORNO

UNIDAD

LECCIÓN 5

SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES

Ecuación lineal con dos incógnitas

1. Marca con un las expresiones algebraicas que sean una ecuación lineal con dos incógnitas y con una las que no lo sean.

a. $4x + 5y = 9$

d. $x - x = 0$

g. $x^2 + 4y^2 = 10$

b. $-x + 8y^2 = 1$

e. $2x + 2y = 0$

h. $x + 8y + 6$

c. $6y + 8y = 12$

f. $2x = 2y$

i. $x^2 - y = 5$

2.  Escribe una ecuación que represente algebraicamente cada situación. Luego, intercambia tus respuestas con las de un compañero y compáralas.

a. La edad de Pedro y la edad de Luis suman 24 años. ▶

b. Un número más el triple de otro es igual a 8. ▶

c. El perímetro de una cancha rectangular de lados x e y es de 90 m. ▶

d. Dos billetes de diferente denominación suman \$15 000. ▶

3. En cada caso, marca con un la ecuación con la solución correcta.

a. $x = 1$ e $y = 2$

$-x + y = -3$

$x + y = 3$

$2x - y = 4$

b. $x = 2$ e $y = 3$

$2x + y = 5$

$x + y = 5$

$2x - 2y = 6$

c. $x = 0$ e $y = -1$

$2x + y = -3$

$2x - 2y = -2$

$2x - y = 1$

d. $x = -2$ e $y = 1$

$2x + y = 5$

$x - y = -3$

$x + y = 1$

RECURSO WEB

Para practicar más, puedes acceder al recurso interactivo del Mineduc Explorador de igualdades: Dos variables en el siguiente sitio: <https://n9.cl/kker>



Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones

■ Método gráfico

Recuerda que para resolver un sistema de ecuaciones en forma *gráfica* debes:

- 1 Despejar la incógnita y en ambas ecuaciones.
- 2 Construir, para cada función, la tabla de valores correspondientes.
- 3 Representar gráficamente ambas rectas en el plano.

1. Completa cada paso y resuelve el sistema usando el método gráfico.

$$\begin{cases} 1 & x - y = 1 \\ 2 & 2x - y = 3 \end{cases}$$

x	0	1	2
y			

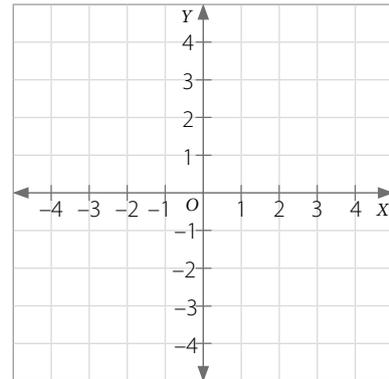
$$x = \boxed{}$$

$$1 \quad y = \boxed{}$$

$$2 \quad y = \boxed{}$$

x	-1	0	1
y			

$$y = \boxed{}$$

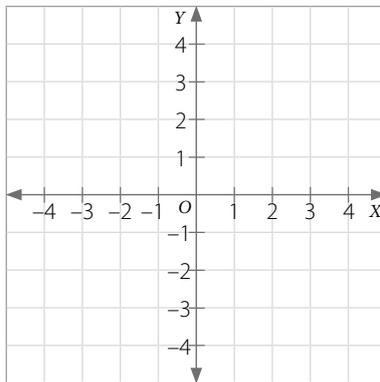


2. Representa gráficamente las ecuaciones del sistema y escribe la solución.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

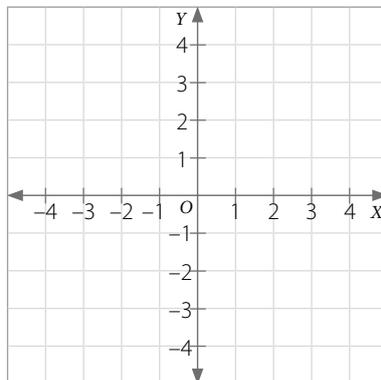
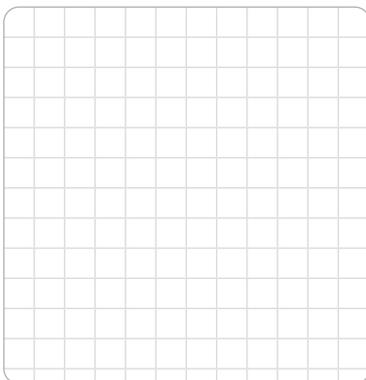
$$x = \boxed{}$$

$$y = \boxed{}$$



3.  **Analicen** el siguiente problema y resuelvan usando el método gráfico.

Antonia tiene el doble de la edad de Loreto, pero en dos años, Loreto tendrá dos tercios de la edad de Antonia. ¿Qué edad tienen Antonia y Loreto en la actualidad?



RECURSO WEB

Para revisar tus soluciones o para seguir practicando, puedes consultar el Simulador de sistemas de ecuaciones lineales en el siguiente sitio:
<https://n9.cl/coqr>



2. Utiliza el método de igualación y resuelve.

a.
$$\begin{array}{l} 6x + 2y = 0 \\ -3x + 2y = 9 \end{array}$$

$x = \square$ $y = \square$

b.
$$\begin{array}{l} 2x + 3y = -14 \\ x - 6y = -60 \end{array}$$

$x = \square$ $y = \square$

c.
$$\begin{array}{l} 3x + 8y = 75 \\ -x + 4y = 35 \end{array}$$

$x = \square$ $y = \square$

d.
$$\begin{array}{l} 5x - 2y = -4 \\ 3x + 4y = -18 \end{array}$$

$x = \square$ $y = \square$

3.  **Interpreten** cada situación como un sistema de ecuaciones y **resuelvan** aplicando el método de igualación.

a. Carlos llevó a sus nietos al teatro en dos ocasiones. La primera vez pagó \$15 000 por dos adultos y dos niños, y la segunda vez canceló \$13 500 por un adulto y tres niños. Entonces, ¿cuánto pagó Carlos por cada entrada de adulto y de niño?

b. Al repartir las cartas de un juego, entregué 5 a cada jugador y sobraron 3. Luego, llegaron 2 jugadores más y repartí 3 cartas nuevamente a cada uno, y sobró una. ¿Cuántos jugadores había al principio y cuántas cartas tenía?

■ Método de sustitución

Recuerda que para resolver un sistema de ecuaciones por *sustitución*, debes:

- 1 Despejar una de las incógnitas en una de las ecuaciones.
- 2 Reemplazar la expresión obtenida en la otra ecuación.
- 3 Reemplazar la solución de la ecuación en una de las ecuaciones del sistema.
- 4 Verificar y escribir la solución.

1. Completa cada paso y resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando el método de sustitución.

a. $2x - 3y = 4$
 $x - y = 3$

- 1 Despeja x de la segunda ecuación.

$x = \boxed{}$

- 3 Reemplaza el valor de y en una ecuación y resuelve.

- 2 Reemplaza la expresión en la primera ecuación y resuelve.

$2\left(\boxed{}\right) - 3y = 4$

- 4 La solución del sistema es:

$x = \boxed{} \quad y = \boxed{}$

b. $6x + 4y = 20$
 $4x - 8y = -8$

- 1 Despeja x de la segunda ecuación.

$x = \boxed{}$

- 3 Reemplaza el valor de y en una ecuación y resuelve.

- 2 Reemplaza la expresión en la primera ecuación y resuelve.

$6\left(\boxed{}\right) + 4y = 20$

- 4 La solución del sistema es:

$x = \boxed{} \quad y = \boxed{}$

c. $-12x - y = 33$
 $7x - 8y = 58$

- 1 Despeja y de la primera ecuación.

$y = \boxed{}$

- 3 Reemplaza el valor de x en una ecuación y resuelve.

- 2 Reemplaza la expresión en la segunda ecuación y resuelve.

$7x - 8\left(\boxed{}\right) = 58$

- 4 La solución del sistema es:

$x = \boxed{} \quad y = \boxed{}$

2. Utiliza el método de sustitución y resuelve.

a. $2x + y = 3$
 $x + 2y = 0$

$x = \square$ $y = \square$

b. $3x + y = 4$
 $2x - y = 1$

$x = \square$ $y = \square$

c. $2x + 3y = 9$
 $x - 5y = 24$

$x = \square$ $y = \square$

d. $4x + y = 14$
 $3x - 2y = 5$

$x = \square$ $y = \square$

3.  Interpreten cada situación como un sistema de ecuaciones y resuelvan aplicando el método de sustitución.

a. Con 5 billetes iguales y 18 monedas iguales la suma es de \$19 000, mientras que con 7 billetes y 16 monedas la suma es de \$22 000. ¿Cuál es el valor de cada billete y de cada moneda?

b. Asistieron 90 personas a una fonda. La entrada para adultos costó \$8 000 y la de niños, \$5 000. Ese día se recaudaron \$570 000. ¿Cuántos adultos y niños entraron a la fonda?

2. Utiliza el método de reducción y resuelve.

a. $3x + 8y = 30$
 $4x - 5y = -7$

$x = \square$ $y = \square$

b. $x - 3y = -21$
 $3x + 14y = 121$

$x = \square$ $y = \square$

3. Interpreten cada situación como un sistema de ecuaciones y resuelvan aplicando el método de reducción.

a. La entrada al cine de 3 adultos y 4 niños cuesta \$23 000. La de 2 adultos y 1 niño, cuesta \$13 500. ¿Cuánto cuesta cada entrada?

b. En una granja crían gallinas y conejos. Si contamos 83 cabezas y 216 patas, entre gallinas y conejos, ¿cuántos animales de cada especie hay?

SÍNTESIS

En las páginas tratadas anteriormente has estudiado:

Ecuación lineal con dos incógnitas Páginas 48 y 49.

1. En la ecuación de forma $ax + by = c$, con a, b y $c \in \mathbb{R}$; $a \neq 0$ y $b \neq 0$, se cumple que:

- Tiene _____ soluciones.
- Su representación en el plano cartesiano es _____.

Sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas

Páginas 56 y 57.

2. Responde las siguientes preguntas considerando

$ax + by = c$
 un sistema de ecuaciones de la forma $dx + ey = f$,

con a, b, c, d, e y $f \in \mathbb{R}$; donde x e y son incógnitas:

a. Marca con una **X** la alternativa falsa. Un sistema de ecuaciones puede:

- tener solución única.
- tener infinitas soluciones.
- no tener solución.
- tener solo dos soluciones.

b. Escribe los métodos de resolución estudiados de un sistema de ecuaciones.

1. Analiza los siguientes sistemas de ecuaciones, y luego responde:

a.
$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ -6x + 3y = 0 \end{cases}$$

- ¿Cuál de los puntos (2, 1), (1, 2) o (-1, -2) es una solución del sistema?

- ¿La solución gráfica del sistema corresponde a una recta o a un punto?

- ¿El sistema de ecuaciones es compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible?

b.
$$\begin{cases} 5x - y = -8 \\ -10x + 2y = 16 \end{cases}$$

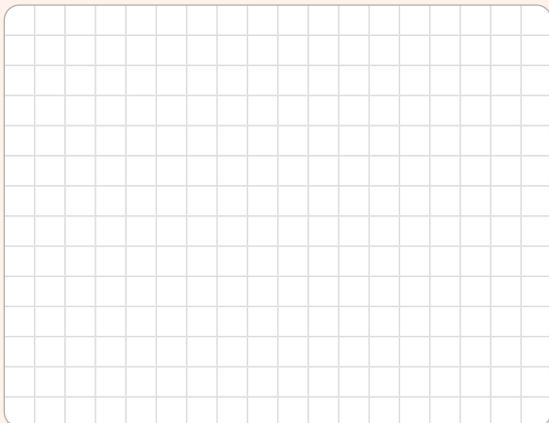
- ¿Cuál de los puntos (8, 0), (0, 8) o (-1, 3) es una solución del sistema?

- ¿La solución gráfica del sistema corresponde a una recta o a un punto?

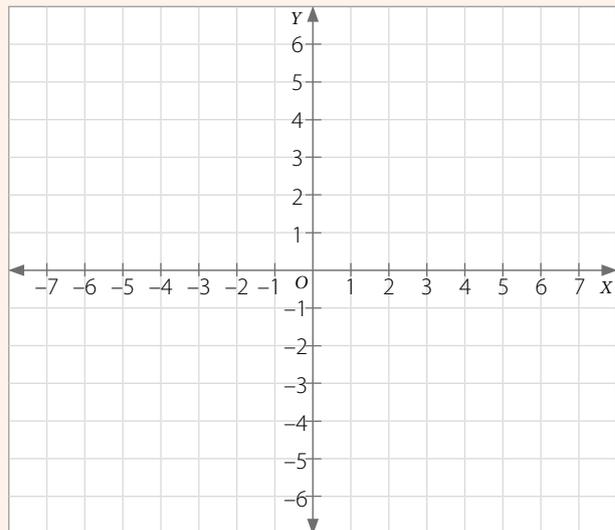
- ¿El sistema de ecuaciones es compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible?

2. Resuelve el sistema de ecuaciones por el método de igualación, sustitución o reducción. Luego, **comprueba el resultado obtenido por el método gráfico.**

$$\begin{cases} x - y = -1 \\ -x + 2y = -1 \end{cases}$$



COMPROBACIÓN GRÁFICA



3. ACTIVIDAD DE PROFUNDIZACIÓN Resuelve los siguientes problemas aplicando el método de resolución que estimes conveniente.

a. Al comprar 3 bolitas de cristal y 2 de acero, se debe pagar con 20 monedas, y al comprar 2 de cristal y 3 de acero, se debe pagar con 15 monedas del mismo valor. ¿Cuáles son los precios de una bolita de cristal y de una de acero?

b. Una alumna rindió una prueba de 100 preguntas. Por cada respuesta correcta, el profesor asignó 5 puntos, y por cada incorrecta, descontó 1. Si contestó 59 preguntas y obtuvo 169 puntos, ¿cuántas preguntas respondió correctamente?

4. Interpreta la siguiente información nutricional, y luego responde.

Cada porción de frutillas y de naranjas aporta las cantidades de calcio y vitamina C indicadas en la tabla:

	Calcio (g)	Vitamina C (g)
Frutillas	0,3	0,4
Naranjas	0,35	0,6

Si una cierta dieta recomienda consumir 5 g de calcio y 8 g de vitamina C, aproximadamente, ¿cuántas porciones de cada fruta se deberían consumir para cumplir con las cantidades propuestas?

¿CÓMO SIGUES AVANZANDO?

RETROALIMENTACIÓN

Responde con una actitud crítica considerando tu desempeño a lo largo de la lección.

1 Al avanzar en la lección, ¿tu desempeño fue constante? Explica.

2 Si desarrollaras nuevamente la lección, ¿qué harías diferente?

3 Escribe un ejemplo en el que applies lo aprendido en la lección.



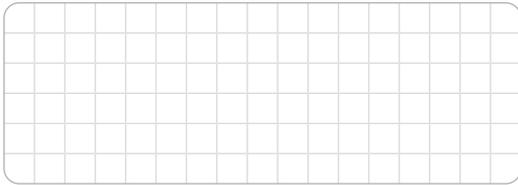
• ¿Crees que tu método de estudio te está dando resultados? ¿Por qué?

RELACIONES LINEALES EN DOS VARIABLES

Relaciones lineales de la forma $f(x, y) = ax + by$

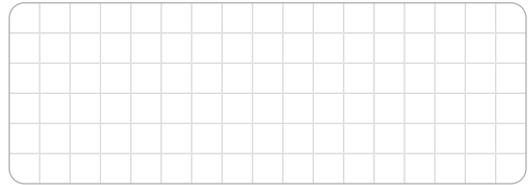
1. Valoriza las siguientes expresiones de la forma $f(x, y) = ax + by$ para las x e y dadas.

a. $f(x, y) = -3x + 3y$; con $x = 3, y = -1$



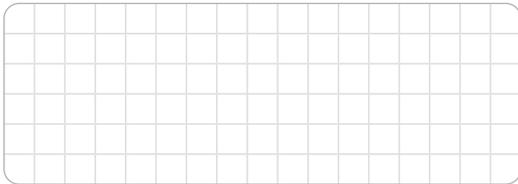
$$f(3, -1) = \boxed{}$$

c. $f(x, y) = -5x - 6y$; con $x = -\frac{1}{5}, y = -\frac{1}{2}$



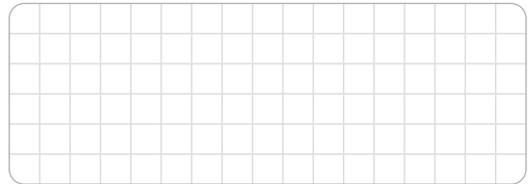
$$f\left(-\frac{1}{5}, -\frac{1}{2}\right) = \boxed{}$$

b. $f(x, y) = 4x + 8y$; con $x = -6, y = 3$



$$f(-6, 3) = \boxed{}$$

d. $f(x, y) = -4x + 2y$; con $x = -\frac{1}{2}, y = 2$



$$f\left(-\frac{1}{2}, 2\right) = \boxed{}$$

2. Marca con un la relación de la forma $f(x, y) = ax + by$, en la que se cumple que:

a. $f(1, -1) = -4$.

$f(x, y) = -x + 3y$

$f(x, y) = 2x + y$

$f(x, y) = -4x - y$

b. $f(2, 3) = -9$.

$f(x, y) = -6x + 3y$

$f(x, y) = 4x - y$

$f(x, y) = -3x - y$

c. $f(6, -2) = 0$.

$f(x, y) = -x - 3y$

$f(x, y) = 2x + y$

$f(x, y) = -4x - y$

d. $f(-5, 0) = -10$.

$f(x, y) = -2x - 2y$

$f(x, y) = 2x + y$

$f(x, y) = 10x + y$

e. $f(4, -3) = 5$.

$f(x, y) = 2x - y$

$f(x, y) = -x - 3y$

$f(x, y) = -6x + 3y$

3. Completa las siguientes tablas valorizando $f(x, y) = ax + by$ para x e y dados.

a.

(x, y)	$f(x, y) = x + y$
$(-2, 3)$	
$(1, 1)$	
$(3, -2)$	

d.

(x, y)	$f(x, y) = 0,5x - y$
$(-1, 4)$	
$(4, -1)$	
$(2, 3)$	

b.

(x, y)	$f(x, y) = x - 3y$
$(0, 0)$	
$(5, 3)$	
$(3, 2)$	

e.

(x, y)	$f(x, y) = 2x - 4y$
$(-4, 2)$	
$(2, 4)$	
$(-2, -2)$	

c.

(x, y)	$f(x, y) = -\frac{1}{2}x + y$
$(5, 3)$	
$(1, 5)$	
$(-2, -4)$	

f.

(x, y)	$f(x, y) = \frac{1}{3}x - 2y$
$(0, 3)$	
$(-3, 0)$	
$(3, 3)$	

4. Determina los valores de la pendiente m y el coeficiente de posición n de las siguientes relaciones lineales.

a. $f(x, y) = 2x + y$, si $f(x, y) = -4$



c. $f(x, y) = -5x - 3y$, si $f(x, y) = 9$



b. $f(x, y) = -12x + 4y$, si $f(x, y) = 20$



d. $f(x, y) = 8x - 2y$, si $f(x, y) = -7$

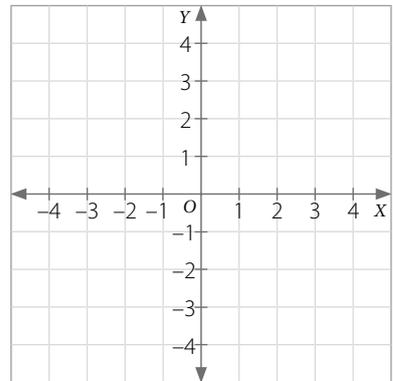


5. Escribe las expresiones $f(x, y) = ax + by$ como una ecuación lineal de la forma $y = mx + n$.
Luego, graficalas en el plano cartesiano.

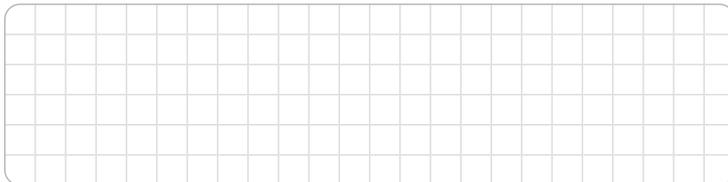
a. $f(x, y) = 5x + 4y$, si $f(x, y) = 2$



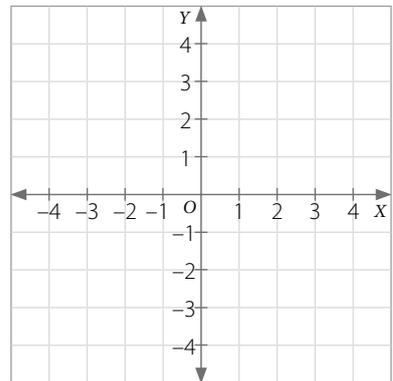
ECUACIÓN:



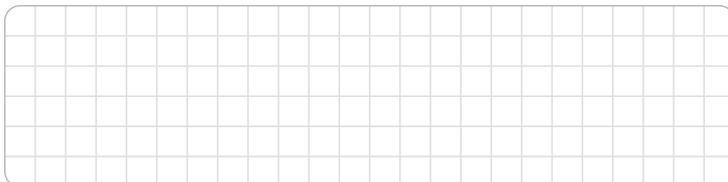
b. $f(x, y) = x - 3y$, si $f(x, y) = -6$



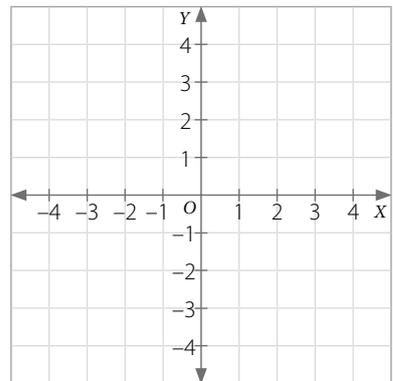
ECUACIÓN:



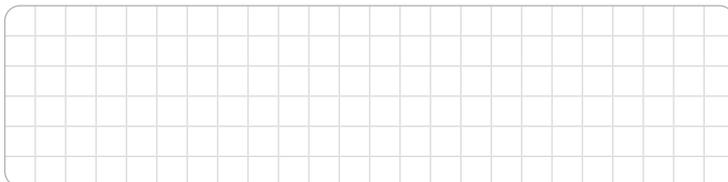
c. $f(x, y) = 2x - y$, si $f(x, y) = 0$



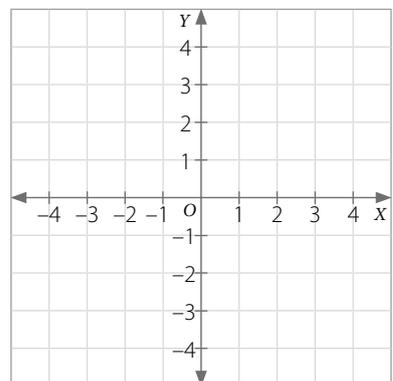
ECUACIÓN:



d. $f(x, y) = 6x - 4y$, si $f(x, y) = -2$



ECUACIÓN:



6. **Evalúa** los datos que se representan en cada tabla. Determina los valores de a y b . Luego, escribe la relación lineal de la forma $f(x, y) = ax + by$.

a.

x	y	$f(x, y)$
2	-3	5
0	-1	5



ECUACIÓN:

b.

x	y	$f(x, y)$
3	0	1
1	3	1



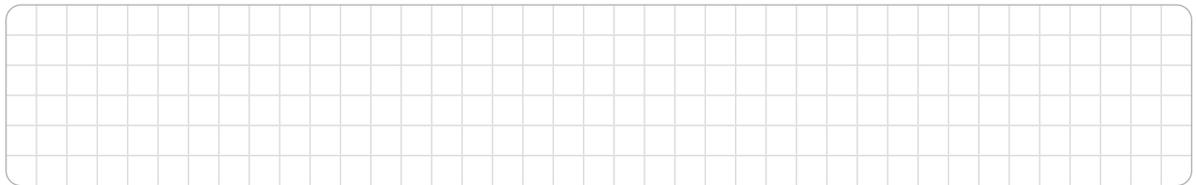
ECUACIÓN:

7. **Resuelve** los siguientes problemas.

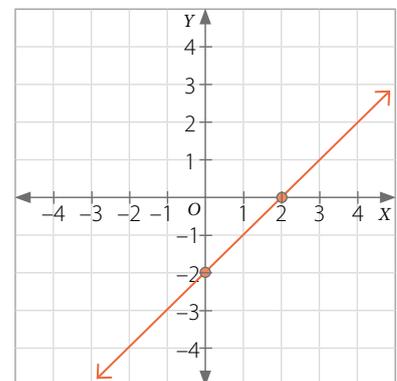
a. Si $f(x, y) = -2x - y$, ¿se cumple que $f(-2, 1)$ es igual a -5 ? Explica.



b. En una relación lineal de dos variables de la forma $f(x, y) = ax + by$ se sabe que $f(x, y) = 3$ y que la gráfica pasa por los puntos $P(-5, -1)$ y $Q(-1, 1)$. ¿Cuáles son los valores de a y b ?



8.  **Interpreten** el gráfico y escriban la relación lineal de la forma $f(x, y) = ax + by$.

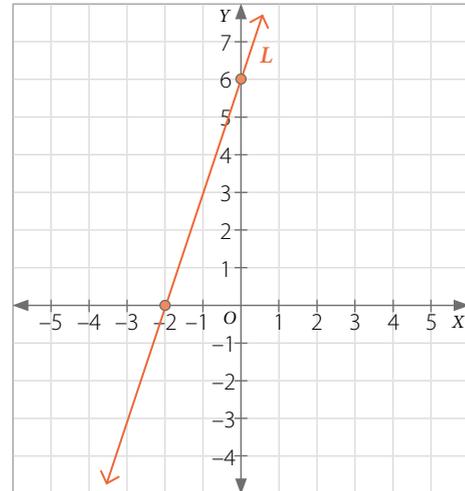


Variación de parámetros

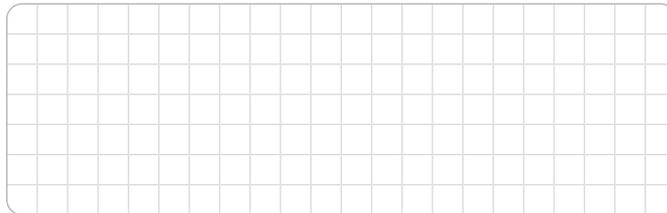
1. En el plano se observa la gráfica de la ecuación lineal de dos variables $L: 6x - 2y = -12$.
- a. Completa cada tabla según corresponda.

$6x - 2y = -6$	
x	y
-2	
	0
0	
	6

$6x - 2y = 0$	
x	y
-1	
	0
1	
	6



- b. Grafica en el plano cartesiano dos rectas, L_1 y L_2 , paralelas a L , que corten al eje Y en 3 y en 0, respectivamente.
- c. Para cada recta, escribe la ecuación de la forma $ax + by = c$.



L_1 :

L_2 :

- d. En cada ecuación, determina la pendiente de la recta.



L :

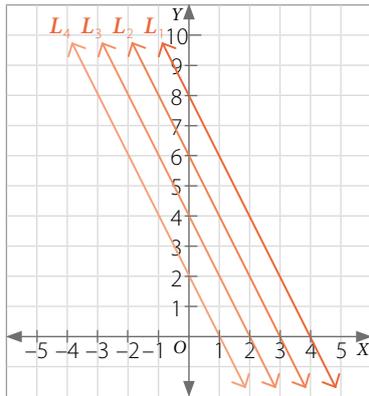
L_1 :

L_2 :

- e. ¿Qué puedes concluir con respecto a los valores de las pendientes?, ¿por qué?

- f. ¿Cuál es la función que representa al haz de rectas de la forma $f(x, y) = ax + by$?

2. Observa las rectas en el plano y asigna, a cada ecuación, las rectas L_1, L_2, L_3 y L_4 según corresponda.



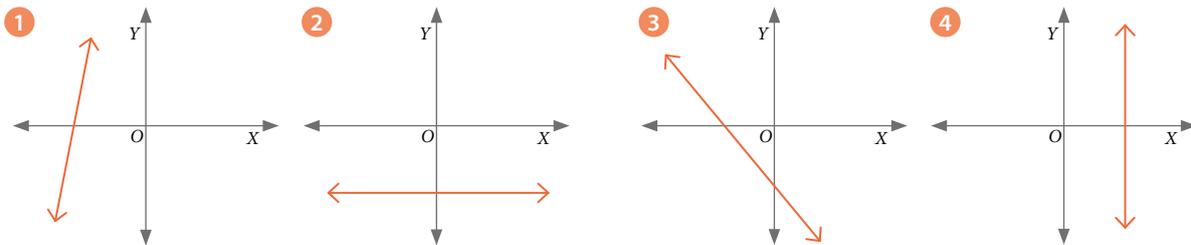
- $2x + y = 4$
- $2x + y = 6$
- $2x + y = 2$
- $2x + y = 8$

RECURSO WEB

Para practicar más o comprobar tu respuesta, puedes acceder al recurso interactivo de Mineduc Graficando rectas pendiente-intersección, disponible en el siguiente sitio: <https://n9.cl/ft17>



3. Analicen las siguientes gráficas de la relación entre dos variables de la forma $ax + by = c$. Luego respondan las preguntas:



- a. ¿En cuál de los gráficos los puntos satisfacen las condiciones $a = 0, b < 0$ y $c > 0$?
- b. ¿En cuál de los gráficos los puntos satisfacen las condiciones $a < 0, b < 0$ y $c > 0$?
- c. ¿En cuál de los gráficos los puntos satisfacen las condiciones $a > 0, b = 0$ y $c > 0$?
- d. ¿En cuál de los gráficos los puntos satisfacen las condiciones $a > 0, b < 0$ y $c < 0$?

SÍNTESIS

En las páginas tratadas anteriormente has estudiado:

Relaciones lineales de la forma $f(x, y) = ax + by$ Páginas 60 a 63.

1. Una relación lineal $f(x, y) = ax + by$ se puede relacionar con una ecuación de la forma: _____, con $a, b, c \in \mathbb{Q}$.

2. Si $f(x, y) = 2$ y $f(x, y) = 4x + 2y$, marca con un la ecuación de la forma $y = mx + n$ que le corresponde.

- $y = 2x - 1$
- $y = -2x + 1$
- $y = -2x - 1$
- $y = 2x + 1$

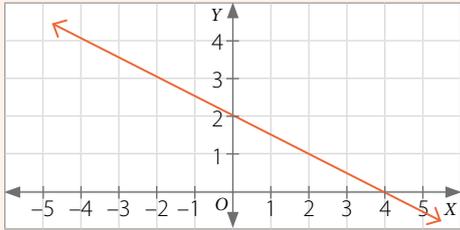
Variación de parámetros Páginas 64 y 65.

3. En la ecuación $ax + by = c$, con $a, b, c \in \mathbb{Q}$, al variar a, b, c , es posible tener rectas con características comunes. Escribe la ecuación de una recta paralela a $4x + 2y = 6$.

4. ¿Cuál es el parámetro que varía?

1. Marca con un la respuesta correcta en cada caso.

a. ¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde a la ecuación lineal representada en el plano cartesiano?



$x + 2y = 4$

$x + 4y = 4$

$2x + y = 4$

$x - 2y = 4$

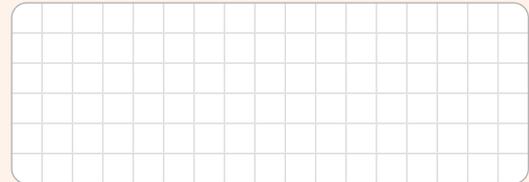
b. Si $f(x, y) = -6x + 8y$, y $f(x, y) = -1$, ¿cuál es la pendiente (m) y el coeficiente de posición (n) de la recta?

$m = -12; n = -2$

$m = -12; n = 16$

$m = -\frac{1}{8}; n = \frac{3}{4}$

$m = \frac{3}{4}; n = -\frac{1}{8}$



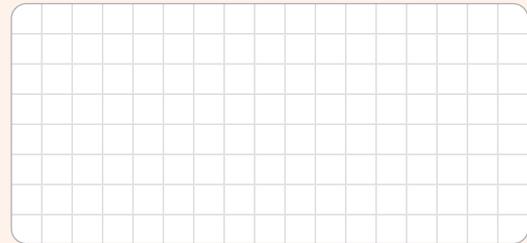
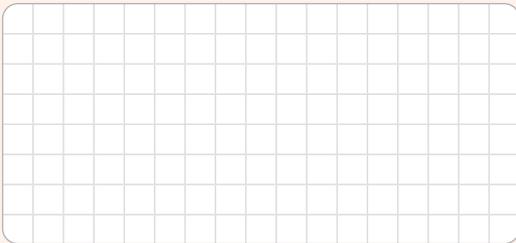
2. A partir de los datos de las tablas, construye la gráfica que corresponda y determina la pendiente en cada caso.

a.

x	y	$f(x, y) = 4x + 3y$
-3	-2	
3	-10	

b.

x	y	$f(x, y) = -3x + 4y$
	4	-2
-2		-2



$m =$

$m =$

c. **Compara** la pendiente (m) de ambas rectas, y luego responde: ¿cómo se relacionan?

3. **ACTIVIDAD DE PROFUNDIZACIÓN** Evalúa las siguientes relaciones de la forma $f(x, y) = ax + by$ y **comprueba** si pueden ser paralelas o no.

$f(x, y) = -2x + 3y$

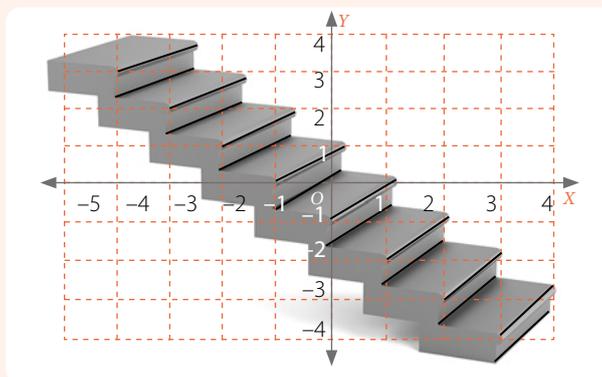
$f(x, y) = 3x + 2y$

$f(x, y) = -2x - 3y$

Justifica tu respuesta: _____

4. Analiza la siguiente información, y luego responde.

Las líneas que dibujan una serie de escalones se pueden ubicar en el plano cartesiano, como se observa en la imagen, posibilitando asignar una ecuación de la recta a cada escalón.



a. Observa las líneas destacadas en uno de los escalones. ¿Qué puedes concluir con respecto a la pendiente de las rectas?

b. ¿Cuál es el parámetro que varía en la ecuación de la forma $ax + by = c$?

c. ¿Por qué ocurre esto? Explica.

¿CÓMO SIGUES AVANZANDO?

RETROALIMENTACIÓN

Responde con una actitud crítica considerando tu desempeño a lo largo de la lección.

1 Al avanzar en la lección, ¿trabajaste en un clima de confianza? Explica.

2 Al hacer las actividades, ¿cómo fue tu desempeño? ¿Por qué?

3 Escribe un ejemplo en el que apliques lo aprendido en la lección.



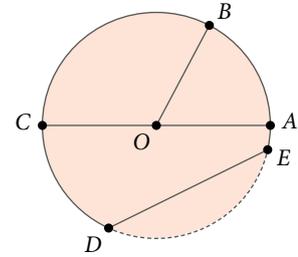
• ¿Crees que tu método de estudio te está dando resultados? ¿Por qué?

PERÍMETRO Y ÁREA DE SECTORES Y SEGMENTOS CIRCULARES

Perímetro y área de sectores circulares

1. Escribe el nombre de los siguientes elementos del círculo de centro O .

- a. \overline{OA} _____ c. \widehat{DE} _____
 b. \overline{DE} _____ d. \overline{CA} _____



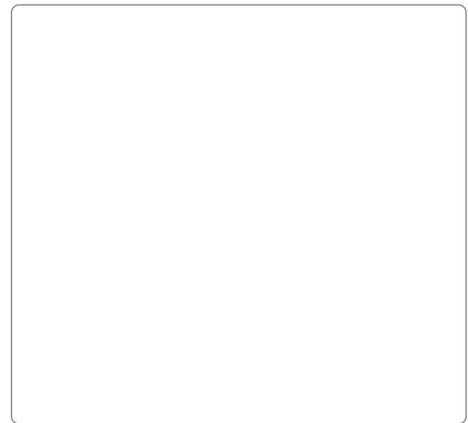
2. Dibuja un círculo con un radio de 2 cm y divídelo en cuatro partes iguales. Luego responde.

a. ¿Cuánto mide el ángulo central de cada sector?

b. ¿Qué parte del área del círculo corresponde a cada sector?

c. ¿Cuánto mide el área de uno de los sectores?
 ¿Cómo lo calculaste?

d. ¿Qué parte del perímetro del círculo corresponde al arco de cada sector?



3.  Reúnete con un compañero y desarrollen la siguiente actividad.

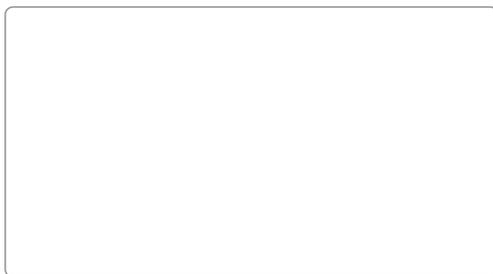
a. Sin utilizar ningún dibujo, describe detalladamente las regiones del círculo:

• Sector circular: _____

• Segmento circular: _____

b. Intercambia tus definiciones con las de tu compañero y realiza lo siguiente:

• Traza los dibujos correspondientes a cada definición. ¿Son correctas?

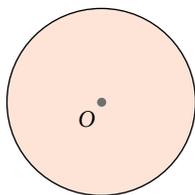


• ¿Qué podrías agregar a sus definiciones para mejorarlas?

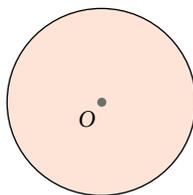
• ¿Hay algún elemento que haya considerado tu compañero, pero tú no?, ¿cuál?

4. Construye el ángulo del centro, según las medidas presentadas, en cada círculo de centro O .

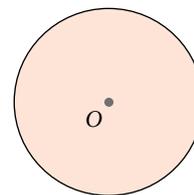
a. $\alpha = 60^\circ$



b. $\beta = 120^\circ$



c. $\delta = 180^\circ$

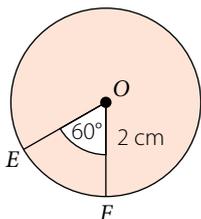


5. Completa la siguiente tabla.

Ángulo central	Parte del ángulo completo	Parte del círculo	Área del sector con radio r	Longitud del arco con radio r
180°	$\frac{180^\circ}{360^\circ}$	$\frac{1}{2}$	$r^2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{2}$	$2r \cdot \pi \cdot \frac{1}{2}$
120°				
90°				
60°				

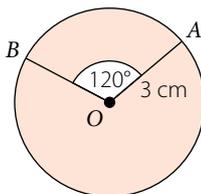
6. Calcula la longitud del arco de cada círculo de centro O . Considera $\pi \approx 3,14$.

a.



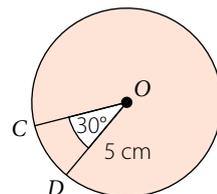
$L(\widehat{EF}) \approx$

c.



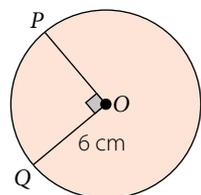
$L(\widehat{AB}) \approx$

e.



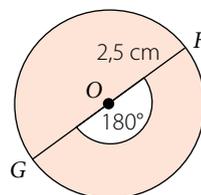
$L(\widehat{CD}) \approx$

b.



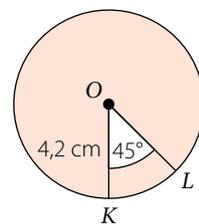
$L(\widehat{PQ}) \approx$

d.



$L(\widehat{GH}) \approx$

f.



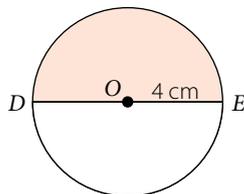
$L(\widehat{KL}) \approx$

7. Calcula el perímetro y el área de cada sector circular pintado con color gris. Considera $\pi \approx 3,14$.

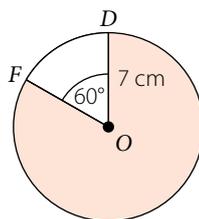
Utiliza la calculadora para comprobar tus cálculos.



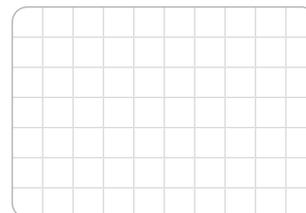
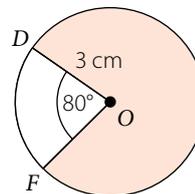
a.



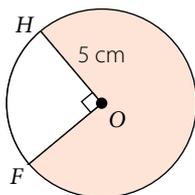
c.



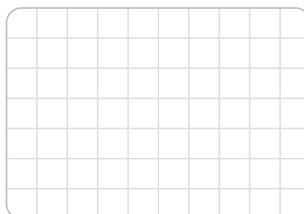
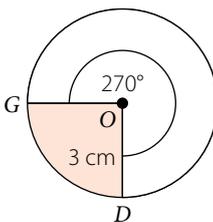
e.



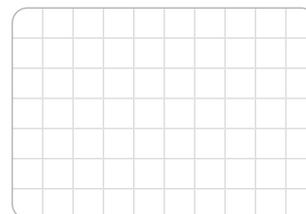
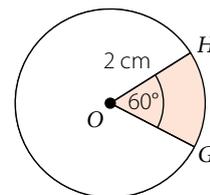
b.



d.

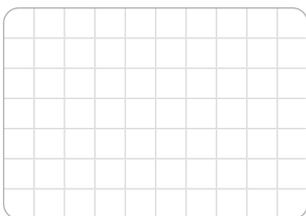


f.

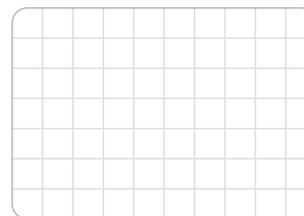


8. Calcula el perímetro y el área del sector circular dadas las medidas del radio (r), diámetro (d) y del ángulo del centro (α) en cada caso. Considera $\pi \approx 3,14$.

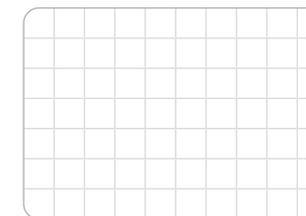
a. $r = 5$ cm; $\alpha = 60^\circ$



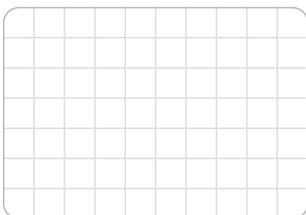
c. $r = 12$ cm; $\alpha = 90^\circ$



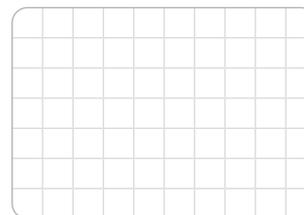
e. $r = 8$ cm; $\alpha = 45^\circ$



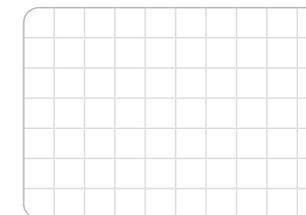
b. $d = 15$ cm; $\alpha = 120^\circ$



d. $d = 6$ cm; $\alpha = 180^\circ$



f. $r = 15$ cm; $\alpha = 72^\circ$



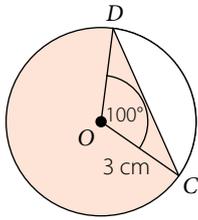
Perímetro y área de segmentos circulares

Utiliza la calculadora para comprobar tus cálculos.

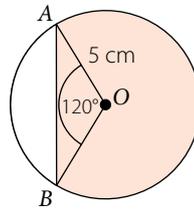


1. Calcula el perímetro de cada segmento circular. Considera $\pi \approx 3,14$.

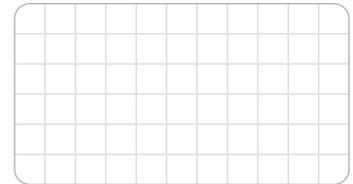
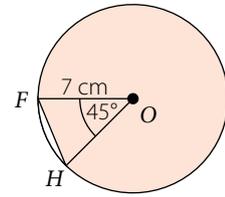
a. $m(\overline{CD}) = 4,6$ cm



b. $m(\overline{AB}) = 8,7$ cm

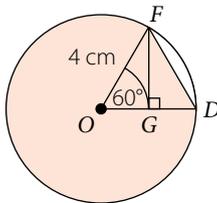


c. $m(\overline{FH}) = 5,4$ cm

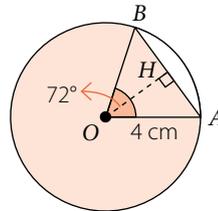


2. Calcula el área de cada segmento circular. Considera $\pi \approx 3,14$.

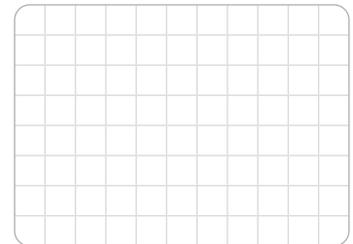
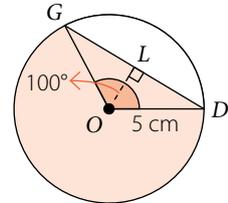
a. $m(\overline{FG}) = 3,46$ cm



b. $m(\overline{OH}) = 3,24$ cm
 $m(\overline{AB}) = 4,7$ cm



c. $m(\overline{OL}) = 3,21$ cm
 $m(\overline{DG}) = 7,66$ cm



3. Evalúa si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F). Justifica.

- a. Si la medida del ángulo central de un círculo es 60° y la cuerda que forma un segmento circular mide 10 cm, entonces el perímetro de dicho segmento es igual a $(20\pi + 10)$ cm.

- b. Una expresión equivalente para calcular el área de un segmento circular en un círculo de radio r y cuyo ángulo central mide 90° es $\frac{r^2}{2} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$.

7. **Propón** una situación en la que se requiera calcular el área o el perímetro de un segmento circular y realiza lo pedido.

a. Escribe la situación como un problema.

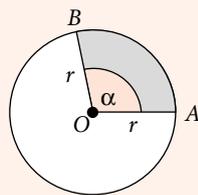
b. **Resuelve** el problema.

c. **Expón** el problema a tus compañeros y **explícales** cómo lo resolviste.

SÍNTESIS

En las páginas tratadas anteriormente has estudiado:

Sectores circulares Páginas 68 a 71.



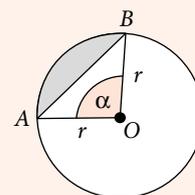
1. Completa las fórmulas solicitadas.

PERÍMETRO ▶ $2 \cdot \boxed{} \cdot \pi \cdot \frac{\boxed{}}{360^\circ} + 2 \cdot \boxed{}$

ÁREA ▶ $\boxed{}^2 \cdot \boxed{} \cdot \frac{\boxed{}}{360^\circ}$

2. ¿Existe alguna relación entre las áreas del sector y del segmento circular?

Segmentos circulares Páginas 72 a 75.



3. Completa las fórmulas solicitadas.

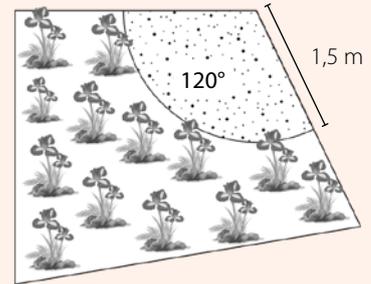
PERÍMETRO ▶ $2 \cdot \boxed{} \cdot \pi \cdot \frac{\boxed{}}{360^\circ} + m \left(\overline{\boxed{}} \right)$

ÁREA ▶ $\boxed{}^2 \cdot \pi \cdot \frac{\boxed{}}{360^\circ} - \text{Área} \left(\Delta \boxed{} \right)$

4. ¿Cómo se obtiene el segmento circular a partir del sector circular?

1. Resuelve el siguiente problema. Considera $\pi \approx 3,14$.

La figura muestra la parte de un jardín que puede ser regada por un rociador. Calcula el área de este sector circular.



2. Analiza el diseño circular de la imagen, el cual está dividido en partes iguales, y luego realiza lo pedido. Considera $\pi \approx 3,14$.

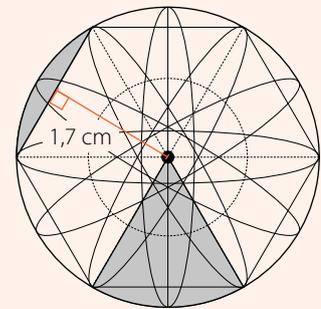
a. Mide el radio (r) del círculo más grande del diseño.

$r =$ cm

b. Calcula el perímetro y el área del sector circular destacado.

$P =$ cm

$A =$ cm^2



c. Calcula el perímetro y el área del segmento circular marcado.

$P =$ cm

$A =$ cm^2

Utiliza tus materiales para desarrollar las actividades.



3. Crea tu propio diseño, en el que se puedan destacar un sector y un segmento circular. Para ello, construye un círculo cuyo radio mida 3 cm, y luego realiza lo que se pide.

a. Calcula el perímetro del sector circular.

c. Calcula el perímetro del segmento circular.

b. Calcula el área del sector circular.

d. Calcula el área del segmento circular.

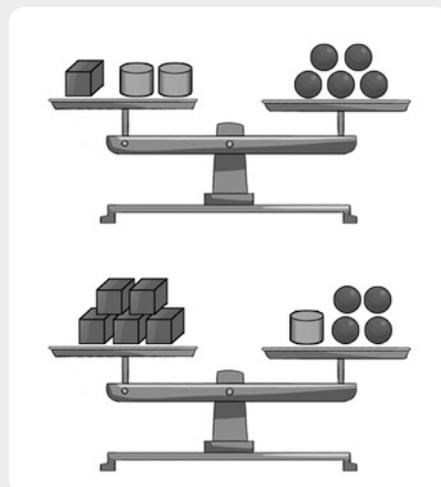
e. Comparte tu diseño con tus compañeros y **explícales** cómo realizaste los cálculos.

1. En las balanzas, los cilindros representan la variable x ; los cubos, la variable y , y las bolas, las unidades de masa.

a. Escribe la ecuación asociada a cada una de las balanzas.

ECUACIÓN 1:

ECUACIÓN 2:



b. Escribe el sistema de ecuaciones que se obtiene con las dos ecuaciones asociadas a las balanzas.

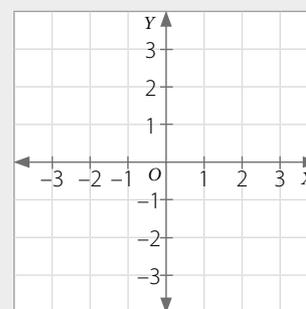
c. Selecciona el método que estimes conveniente y **resuelve** el sistema de ecuaciones.

$x =$

$y =$

2. Si $f(x, y) = -4$, escribe $f(x, y) = -6x + 2y$ como una ecuación lineal de la forma $y = mx + n$. Luego, gráficala en el plano cartesiano.

ECUACIÓN:

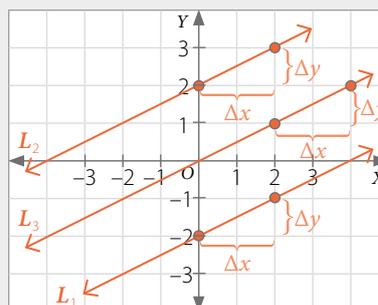


3. **Analiza** la información del gráfico y escribe la relación lineal de la forma $f(x, y) = ax + by$ que define a cada una de las rectas.

a. L_1 :

b. L_2 :

c. L_3 :



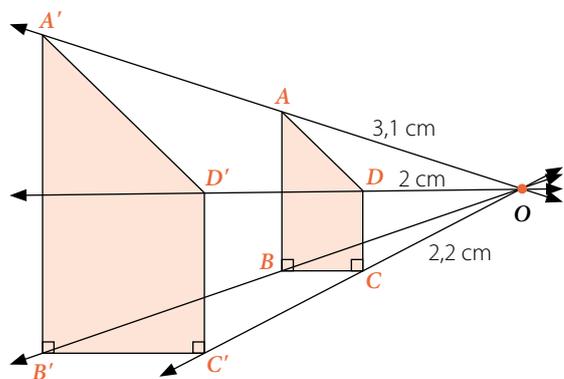
LECCIÓN 8

HOMOTECIA Y TEOREMA DE TALES

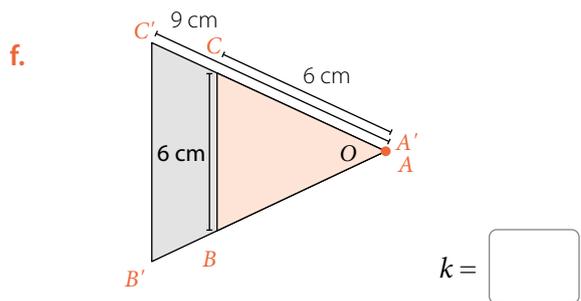
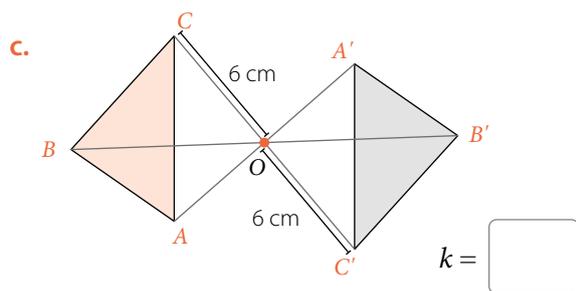
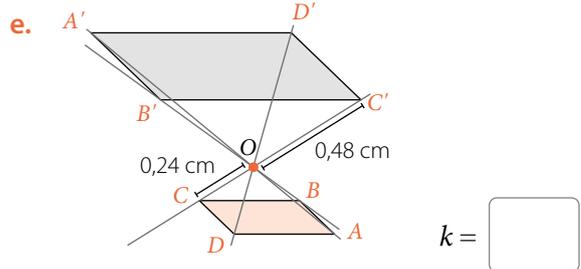
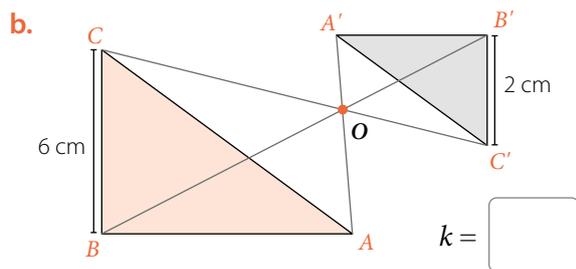
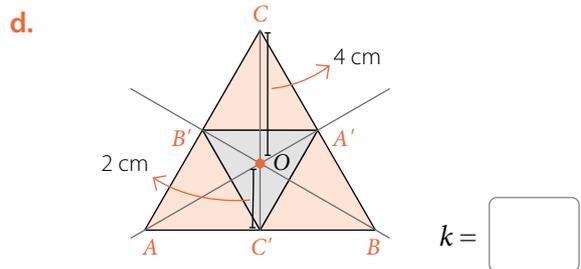
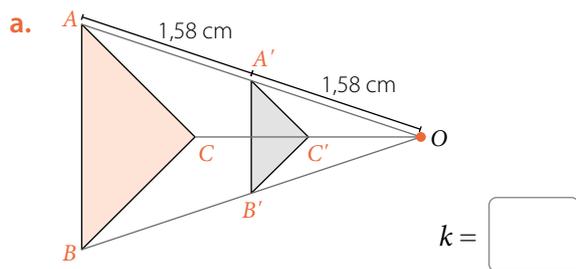
Homotecia

1. En la figura se tiene una homotecia de centro O aplicada al cuadrilátero $ABCD$ con razón de homotecia $k = 2$. Determina las siguientes medidas:

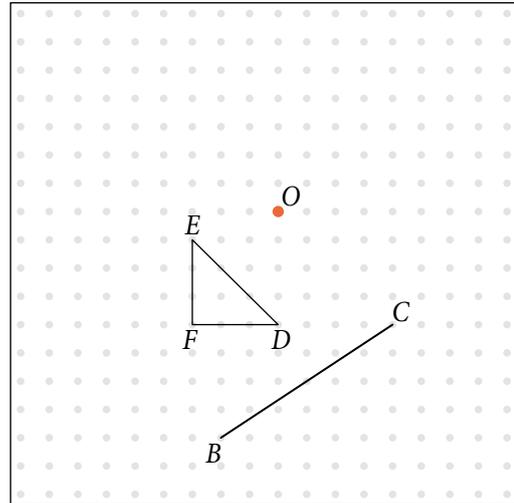
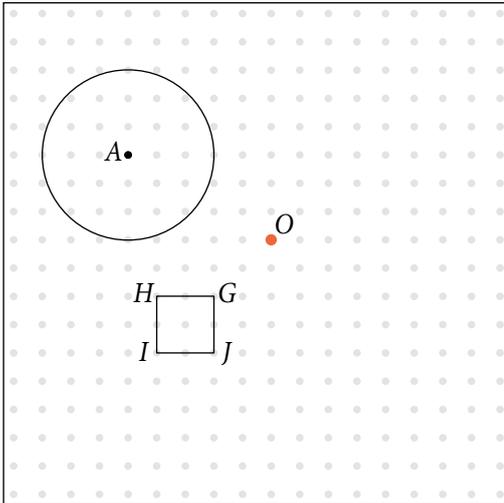
- a. $OA' =$ cm
- b. $OD' =$ cm
- c. Si $\sphericalangle B'A'D' = 45^\circ$, ¿cuál es la medida del $\sphericalangle ADC$? $^\circ$
- d. Si \overline{DC} mide 1,5 cm, ¿cuál es la medida de $\overline{D'C'}$? cm
- e. $CC' =$ cm
- f. $AA' =$ cm



2. Determina el valor de la razón de homotecia k en las siguientes homotecias de centro O .

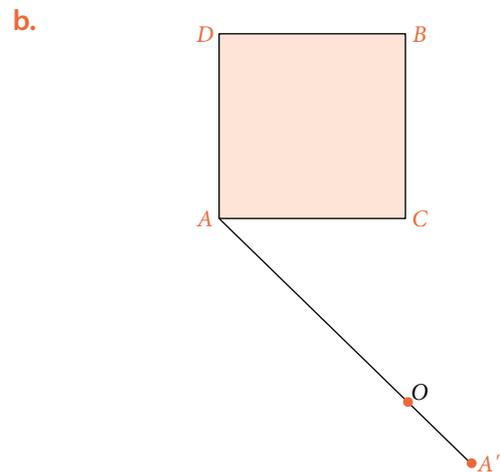
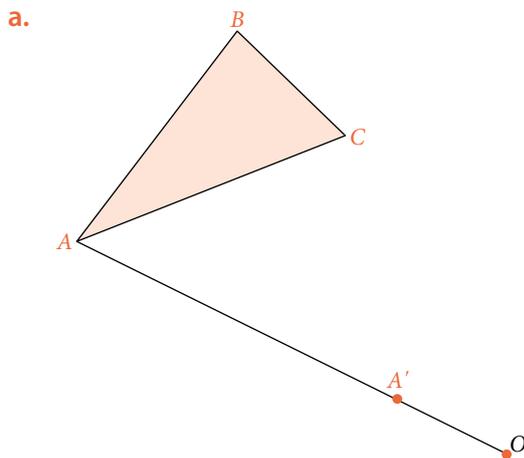


3. Traza la imagen que resulta al aplicar una homotecia con centro en O y razón de homotecia k de las siguientes figuras. Luego, responde.



- a. Cuadrado $GHIJ$, con $k = \frac{1}{2}$.
 b. Circunferencia de centro A , con $k = -1$.
 c. \overline{BC} con $k = -\frac{1}{2}$.
 d. $\triangle DEF$, con $k = 2$.
 e. ¿Cuál es el valor de la razón de la homotecia que se debe aplicar a cualquiera de las figuras para que su imagen sea congruente y con la misma orientación?

4. Determina, utilizando instrumentos geométricos, la imagen homotética en cada figura según la homotecia de centro O aplicada en los vértices A .

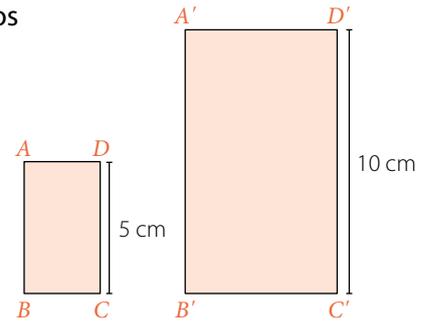


5. Escribe tres ejemplos o situaciones en las que se observe la aplicación de una homotecia.

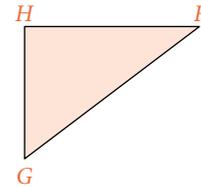
- a. _____
 b. _____
 c. _____

6. Considera la siguiente figura, en la que se muestran dos rectángulos homotéticos y un triángulo. Luego, responde.

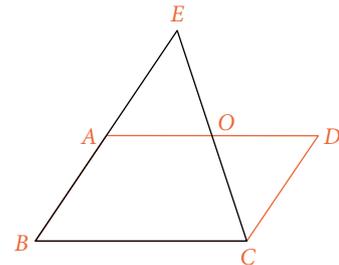
a. ¿Cuál es el valor de la razón de homotecia que se le aplicó al rectángulo $ABCD$ para obtener el rectángulo $A'B'C'D'$?



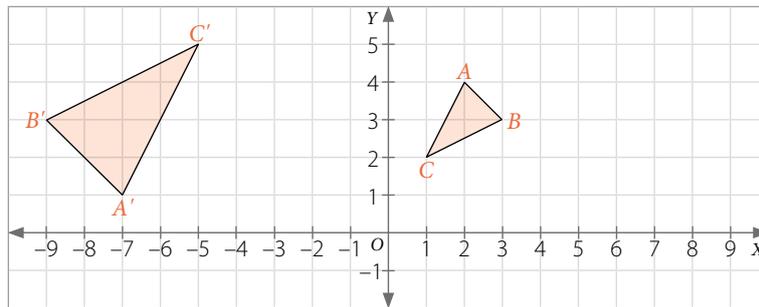
b. Describe la figura imagen que se obtiene al aplicar al ΔGFH una homotecia con el mismo centro que la homotecia de los rectángulos, pero con razón $k = -1$?



7. Si el cuadrilátero $ABCD$ es un paralelogramo y O el punto medio de \overline{EC} y \overline{AD} , ¿cuál es el valor de la razón de homotecia que existe entre el ΔOBD y el ΔOAE ?



8. Al triángulo ABC se le aplicó una homotecia resultando el triángulo $A'B'C'$. ¿Cuáles son las coordenadas del centro de homotecia O ?



9. Al triángulo OPQ de la figura se le aplicó una homotecia tal que se obtuvo el triángulo $O'P'Q'$. Evalúa si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F).

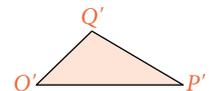
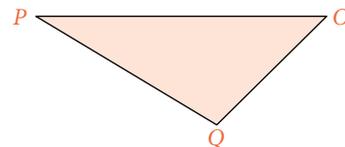
a. La razón de homotecia es un número negativo.

b. Si $\sphericalangle POQ = 60^\circ$, entonces $\sphericalangle P'O'Q' = 30^\circ$.

c. El centro de homotecia se encuentra entre ΔOPQ y $\Delta O'P'Q'$.

d. El centro de homotecia se encuentra a la izquierda del triángulo OPQ .

e. Si la medida de $\overline{O'P'}$ es 6 cm, entonces el segmento \overline{OP} mide 6 cm.



PROYECTO Homotecia con GeoGebra

10.  Sigan las instrucciones y construyan una homotecia en GeoGebra *online*:



POLÍGONO



PUNTO



HOMOTECIA

RECURSO WEB

Utiliza el código QR para acceder a GeoGebra Classic o ingresa al sitio:
<https://n9.cl/j8mn>



- Construyan un polígono de 4 lados con la herramienta .
- Ubiquen en algún punto de la cuadrícula el centro de la homotecia con la herramienta .



- Busquen el recuadro  y en el menú que se despliega marquen la herramienta **Homotecia** .
- Hagan clic en el polígono y en el punto indicado como el centro de la homotecia.
- En el recuadro que se despliega, indiquen el valor del centro de la homotecia, escriban un número y observen la homotecia que se genera.
- Describan la figura y el resultado obtenido en función del valor k seleccionado.

11.  Visiten el recurso web <https://n9.cl/i6yd> o escaneen el código QR de la derecha y respondan las siguientes preguntas:



- a. ¿Se modifica el área del $\Delta A'B'C'$ si se modifica la posición del centro de la homotecia?
¿Por qué?

b. Si se modifica el valor de la razón de homotecia entre -5 y 5 :

- ¿Cómo cambia el área del $\Delta A'B'C'$? _____

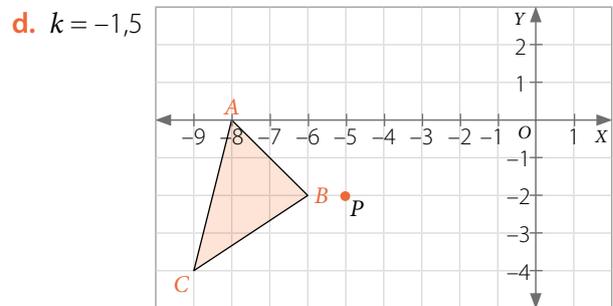
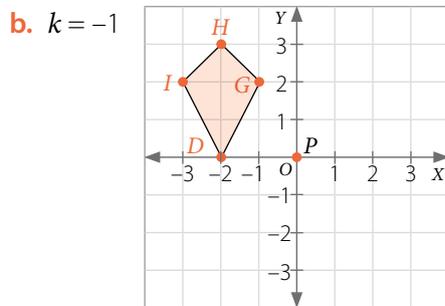
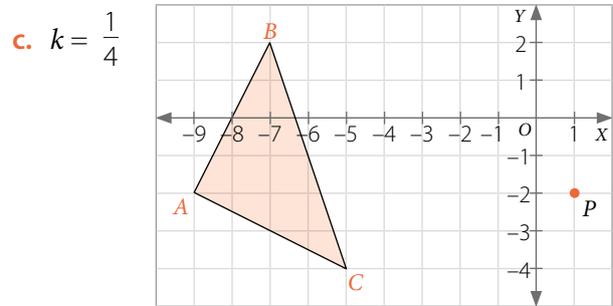
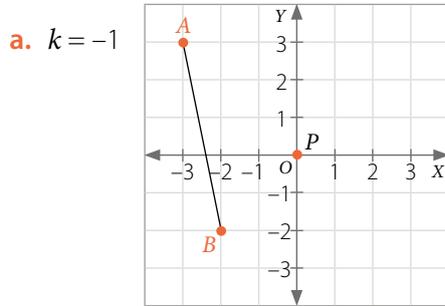
- ¿Qué sucede con las medidas de los lados de la figura resultante respecto de la figura original?

12. **Determina** si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F):

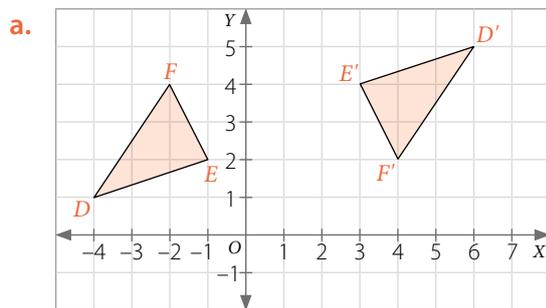
- a. En las homotecias, si k es un valor negativo, se invierte la figura con respecto al centro O .
- b. Las homotecias conservan las medidas angulares de una figura.
- c. Una homotecia de razón 1 no modifica la posición de la figura.

Homotecia de forma vectorial

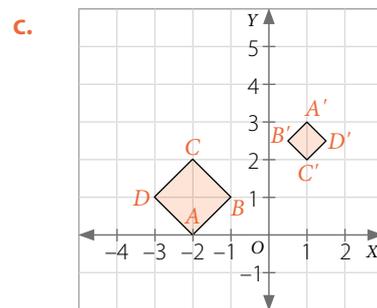
1. Aplica a cada figura la homotecia con centro P y valor de la razón de homotecia k dado.



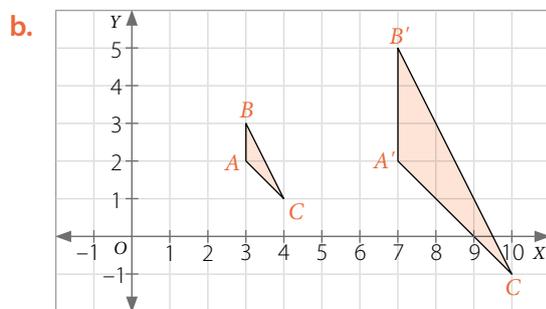
2. Determina las coordenadas del centro de homotecia O y el valor de la razón de homotecia k en cada caso.



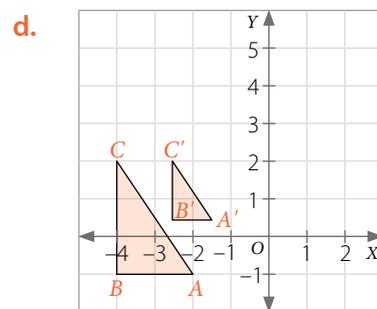
$O \left(\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \right) \quad k = \square$



$O \left(\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \right) \quad k = \square$

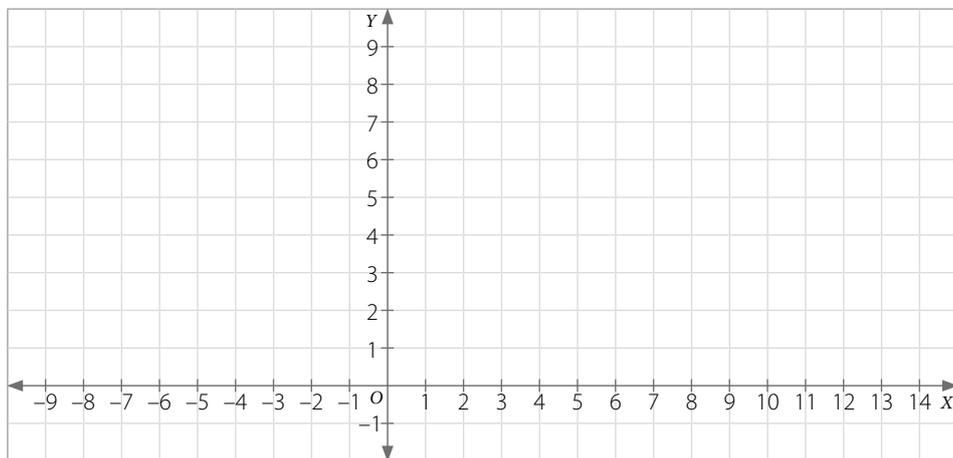


$O \left(\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \right) \quad k = \square$

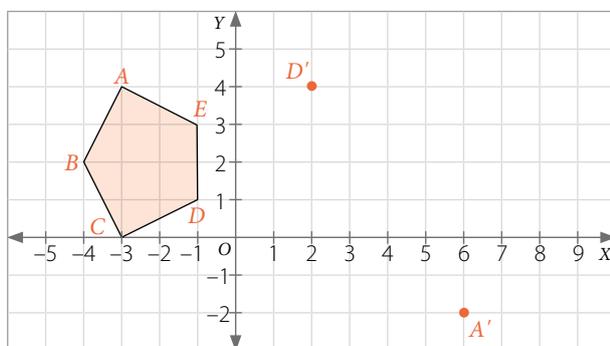


$O \left(\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \right) \quad k = \square$

3. Ubica en el gráfico las coordenadas de los triángulos homotéticos que se obtienen al aplicar una homotecia con centro D y razón de homotecia k al triángulo ABC , cuyos vértices son $A(0, 2)$; $B(2, 1)$ y $C(1, 4)$, si:
- a. $D(4, 4)$ y $k = -2$. b. $D(1, 3)$ y $k = 2$.



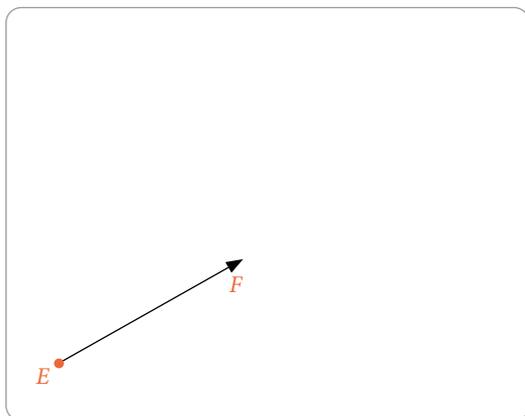
4. Determina la figura homotética, el centro y la razón de homotecia aplicada al pentágono $ABCDE$ si se conoce la ubicación de los puntos A' y D' .



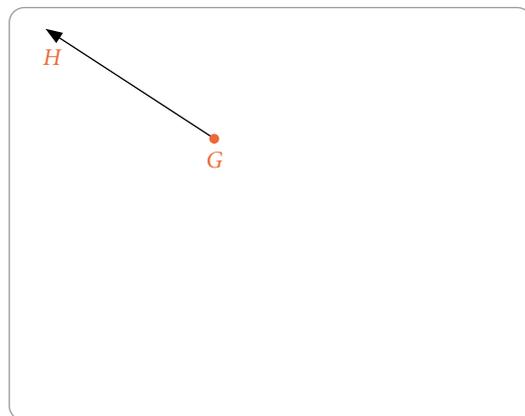
O ()
 $k =$

5. Construye utilizando regla y compás, sin medir cada vector.

- a. Se ha representado el vector \vec{EF} . Construye el vector $3\vec{EF}$.



- b. Se ha representado el vector \vec{GH} . Construye el vector $-\vec{GH}$.



6. **Analiza** si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F). En cada caso, describe un ejemplo o un contraejemplo.

a. Si la razón de homotecia es menor que 1, entonces la figura resultante reduce su tamaño respecto de la original.

b. Si la razón de homotecia es menor que -1 , entonces la figura resultante queda invertida respecto de la original.

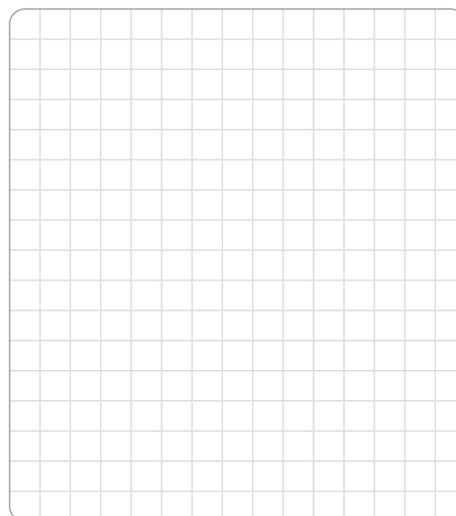
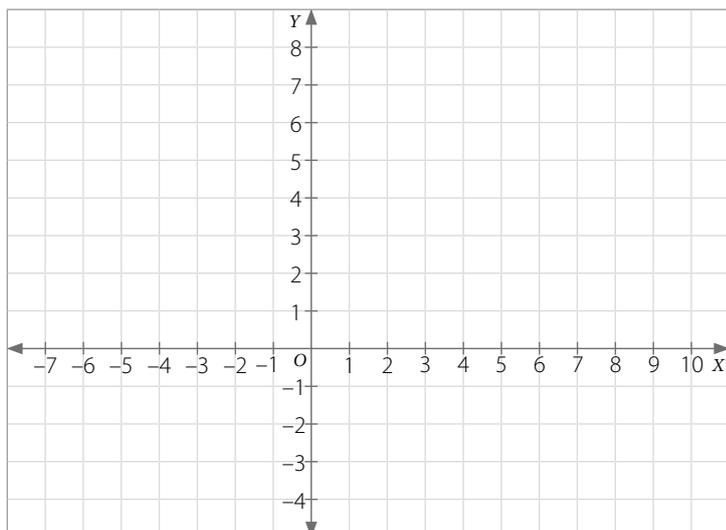
c. Una homotecia con centro O y razón de homotecia $k = 1$ está determinada por una simetría central respecto del centro O como centro de la rotación.

d. Una homotecia con centro O y razón de homotecia $k = 1$ está determinada por una rotación en 180° de la figura inicial respecto del centro O como centro de la rotación.

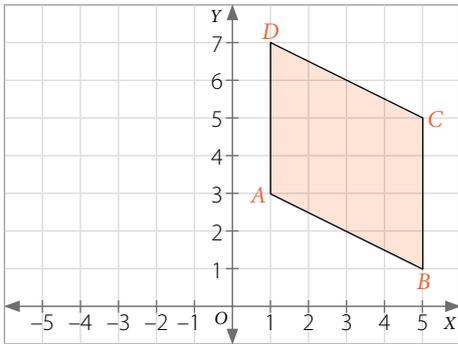
e. Una homotecia con centro O y razón de homotecia k determina una nueva figura junto a la original, en la que sus perímetros están en razón $1 : k$.

f. Una homotecia con centro O y razón de homotecia k determina una nueva figura junto a la original, en la que sus áreas están en razón $1 : k$.

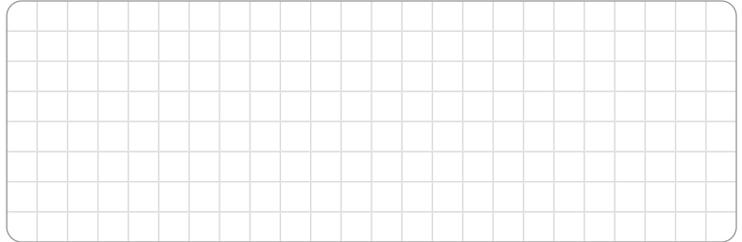
7. Representa en el plano cartesiano el polígono $ABCD$, cuyas coordenadas son $A(3, 6)$, $B(3, 2)$, $C(9, 2)$ y $D(7, 6)$, y $PQRS$, de coordenadas $P(-3, 3)$, $Q(-3, 5)$, $R(-6, 5)$ y $S(-5, 3)$. Luego, **demuestra** que existe una homotecia de razón k y centro O aplicada sobre el polígono $ABCD$.



8. Construye la homotecia aplicada al cuadrilátero $ABCD$ si el centro de la homotecia es el punto A y la razón de homotecia es $k = -0,75$.

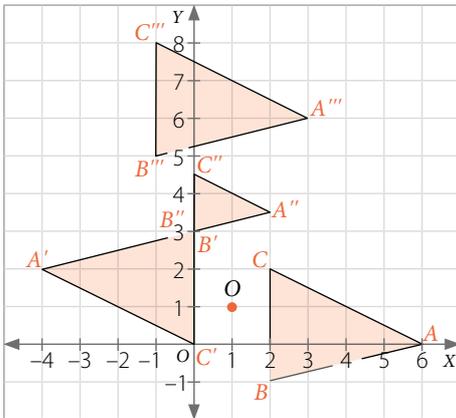


Comprueba la homotecia determinando las coordenadas de los puntos B' , C' y D' .

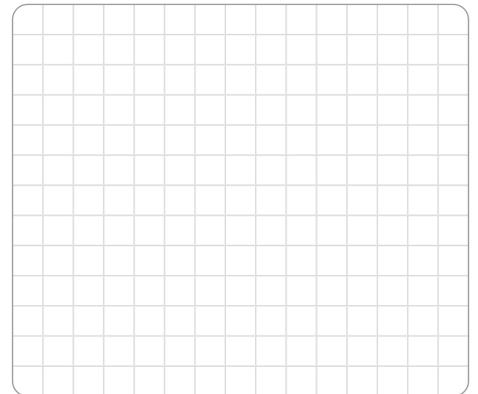
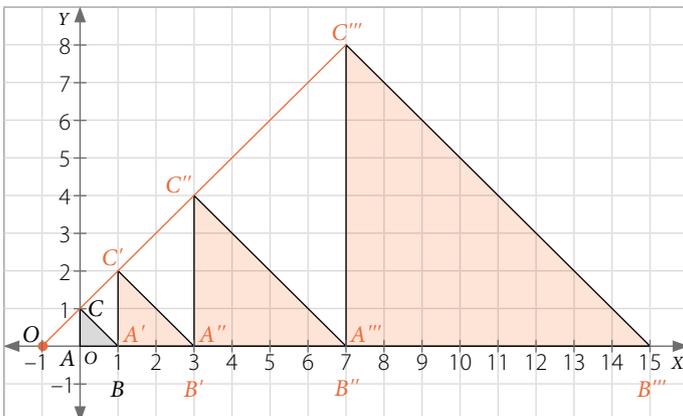


9.  Analicen los siguientes planteamientos y respondan.

- a. En el triángulo ABC se aplica una homotecia con centro O y razón k , luego a la imagen obtenida se le aplica una homotecia con factor $k = -\frac{1}{2}$ y sobre el resultado se aplica una última homotecia con factor $k = 2$, como se muestra en la imagen. ¿Cuál es el centro O de la homotecia aplicada al triángulo $A''B''C''$?



- b. En la imagen se muestra una secuencia de homotecias de factor $k = 2$ comenzando con el triángulo ABC . Si todas las homotecias tienen el mismo centro O , ¿cuáles serán las coordenadas de la figura al aplicar la siguiente homotecia?



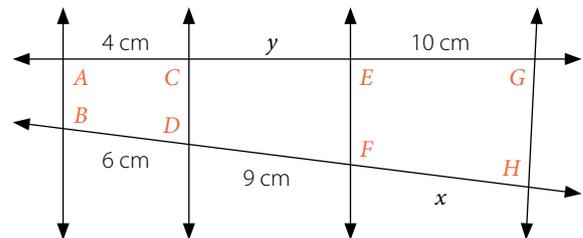
Teorema de Tales

1. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F).

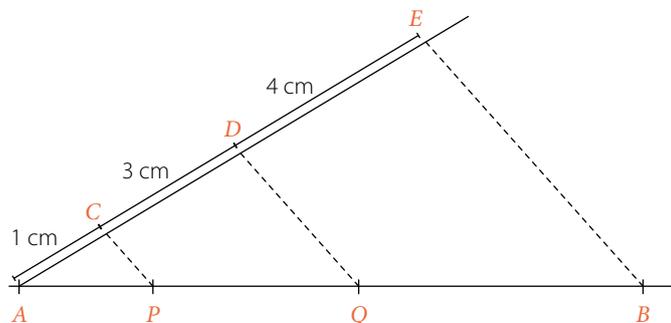
- a. Si varias rectas son cortadas por dos secantes y los segmentos que se determinan sobre las secantes son proporcionales, entonces, las rectas son paralelas.
- b. Si una recta corta a dos lados de un triángulo y los divide en segmentos proporcionales, entonces, la recta es perpendicular al tercer lado del triángulo.
- c. Si \overline{MT} , \overline{UN} y \overline{SV} son paralelas y \overline{MT} y \overline{TV} son secantes, entonces, $UV : TU = NS : MN$.
- d. Todos los triángulos equiláteros son semejantes entre sí.
- e. Toda recta paralela a un lado del triángulo determina sobre él un triángulo semejante al original.
- f. Si los lados de dos triángulos isósceles están en la razón 1 : 2, entonces, todos sus lados están en la misma razón 1 : 2.
- g. Si los lados de un ángulo se cortan con varias rectas paralelas, las medidas de los segmentos que se determinan en los lados del ángulo son proporcionales.

2. Indica cuáles de las siguientes igualdades son correctas (✓) y cuáles no lo son (✗). Considera que se cumple que $\overline{AB} \parallel \overline{CD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{GH}$.

- a. $\frac{AC}{BD} = \frac{DF}{CE}$
- b. $\frac{CE}{EG} = \frac{DF}{FH}$
- c. $\frac{AE}{EF} = \frac{BD}{DH}$
- d. $\frac{AC}{CG} = \frac{BD}{DH}$
- e. $\frac{AC}{AE} = \frac{DF}{DH}$
- f. $\frac{CG}{CE} = \frac{DH}{FH}$



3. Calcula la medida de cada uno de los segmentos solicitados. Considera que $\overline{CP} \parallel \overline{DQ} \parallel \overline{EB}$ y \overline{AB} mide 12 cm.

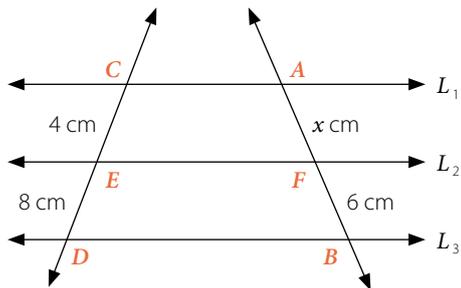


- a. $AP =$ cm
- b. $AQ =$ cm
- c. $BQ =$ cm

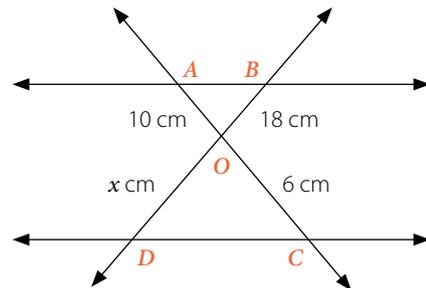
4. Dibuja un segmento de 7 cm de longitud, y luego, usando las relaciones del teorema de Tales, divídelo interiormente en dos segmentos cuyas longitudes estén en la razón 1 : 4.

5. Utilicen las relaciones que se desprenden del teorema de Tales para calcular la medida del segmento solicitado en cada caso.

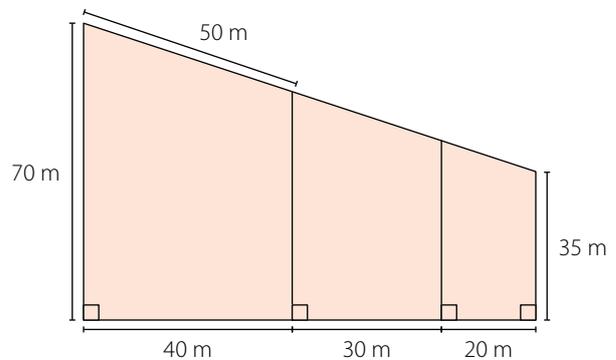
a. La medida de \overline{AB} si $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$.



b. La medida de \overline{BD} si $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$.

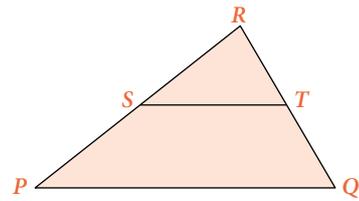


6. Determinen el perímetro del lote representado en la figura si se ha dividido su área en 3 partes por medio de secciones perpendiculares a uno de sus lados.



Perímetro: m.

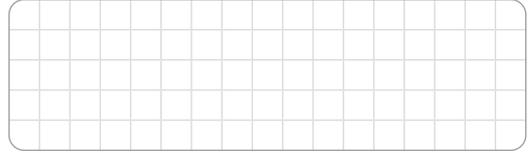
7. Observa el triángulo y responde considerando las medidas señaladas. ¿Se cumple que $\overline{ST} \parallel \overline{PQ}$ en el ΔPQR en cada uno de los siguientes casos?



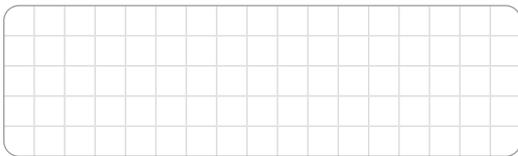
a. $PR = 9 \text{ cm}$, $SR = 4 \text{ cm}$, $QR = 12 \text{ cm}$,
 $TR = 6 \text{ cm}$.



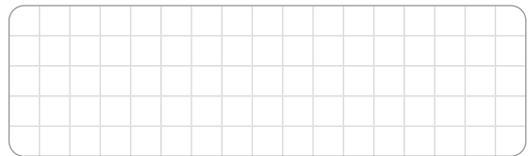
c. $PR = 9 \text{ cm}$, $SR = 4 \text{ cm}$, $QR = 13,5 \text{ cm}$,
 $TR = 6 \text{ cm}$.



b. $PR = 9 \text{ cm}$, $SR = 4 \text{ cm}$, $QR = 22,5 \text{ cm}$,
 $TR = 10 \text{ cm}$.

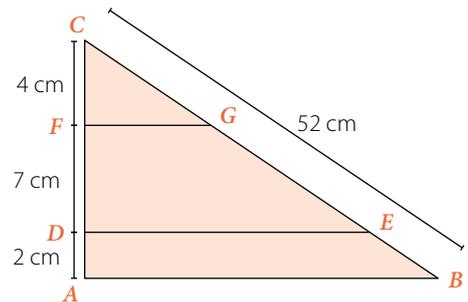


d. $PR = 9 \text{ cm}$, $SR = 4 \text{ cm}$, $QR = 20 \text{ cm}$,
 $TR = 10 \text{ cm}$.



8. Calcula las longitudes solicitadas en cada caso.

a. En el triángulo ABC se sabe que $\overline{AB} \parallel \overline{DE} \parallel \overline{FG}$.

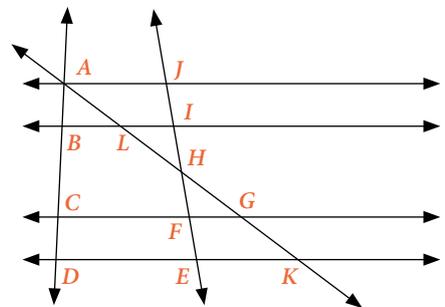


$CG = \square \text{ cm}$

$GE = \square \text{ cm}$

$EB = \square \text{ cm}$

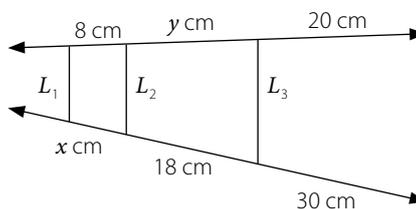
b. Se sabe que $\overline{AJ} \parallel \overline{BI} \parallel \overline{CG} \parallel \overline{DK}$. $AC = 35 \text{ cm}$; $LG = 26 \text{ cm}$; $IJ = 8 \text{ cm}$; $IF = 20 \text{ cm}$ y $AB = CD$.



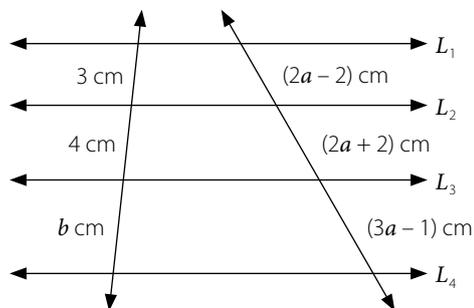
$CD = \square \text{ cm}$ $BC = \square \text{ cm}$ $AK = \square \text{ cm}$ $JE = \square \text{ cm}$ $AB = \square \text{ cm}$ $LK = \square \text{ cm}$

9.  **Analicen** cada imagen y respondan.

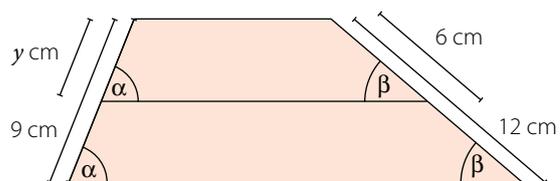
a. ¿Cuál es el valor de la expresión $x^2 + 2xy + y^2$ si en la figura $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$?



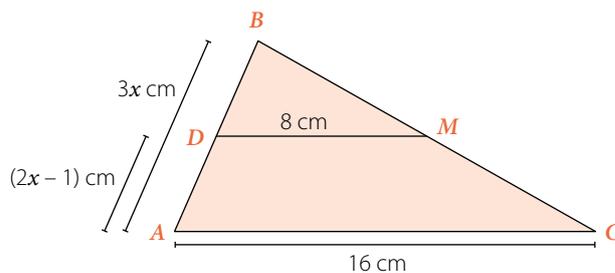
b. ¿Cuál es el valor de $(a + b)$ si $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3 \parallel L_4$?



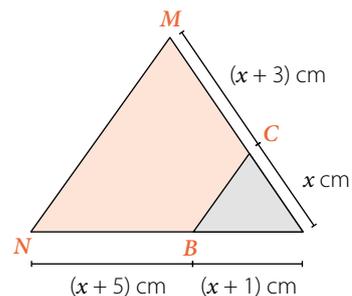
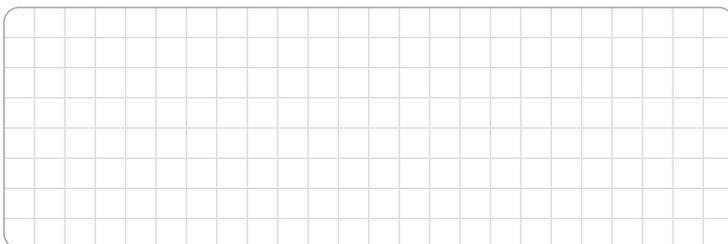
c. ¿Cuál es el valor de y ?



d. ¿Cuál es el valor de x si $\overline{AC} \parallel \overline{DM}$?

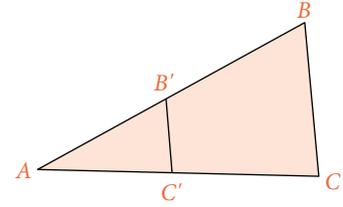
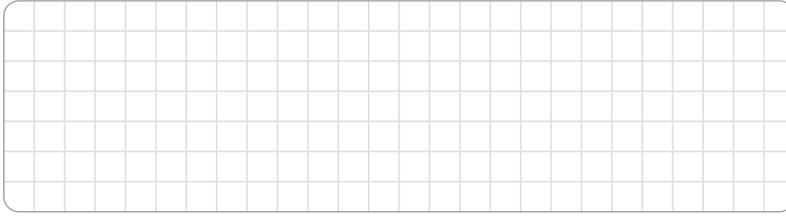


e. ¿Cuál es el valor de x si $\overline{BC} \parallel \overline{MN}$?

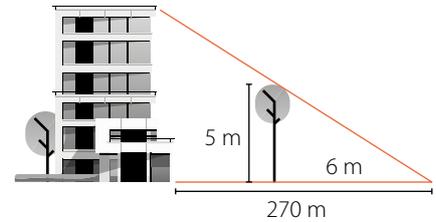
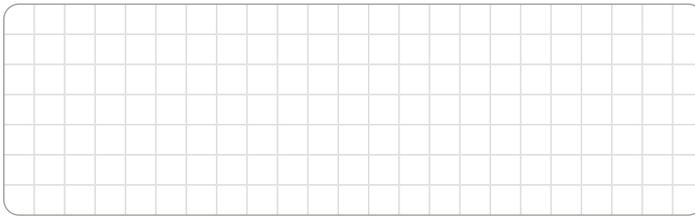


10.  Resuelvan los siguientes problemas.

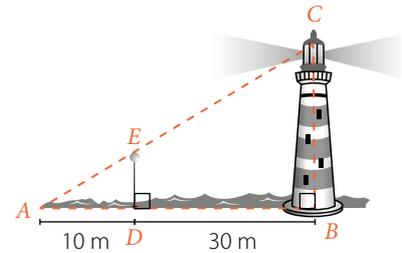
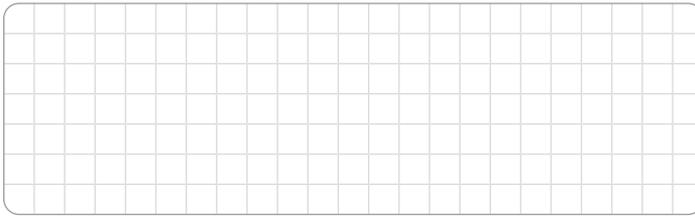
- a. En el triángulo ABC se traza el segmento $\overline{B'C'}$ paralelo al lado \overline{BC} , de manera que $AB' = 0,25 \cdot AB$. ¿Cuál es el cociente entre los lados del triángulo original y los lados correspondientes del triángulo $AB'C'$?



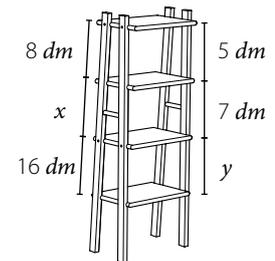
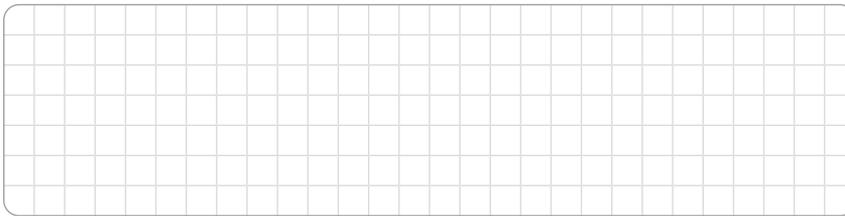
- b. En la figura se tiene un edificio y un árbol que proyectan una sombra de 270 m y 6 m, respectivamente. Si el árbol tiene una altura de 5 m, ¿cuál es la altura del edificio?



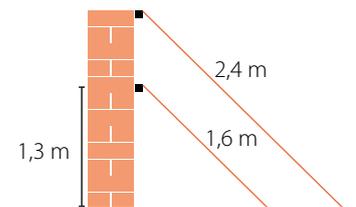
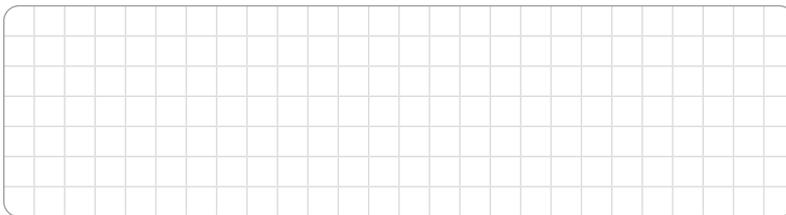
- c. Determina la altura del faro (\overline{BC}) si su sombra (\overline{AB}) en un determinado momento del día coincide con la sombra del poste de 6 m de alto (\overline{DE}).



- d. Se quiere instalar un mueble de decoración con 4 repisas, cuyas superficies son todas paralelas entre sí. ¿Cuál es el valor de las medidas x y y ?



- e. Una pared está sostenida por dos vigas paralelas. ¿Cuál es la altura de la pared?



11. Analiza las siguientes situaciones y responde las preguntas.

a. Un segmento \overline{AB} de 75 cm de longitud está dividido en la razón 1 : 4 por un punto P . ¿Cuál es la diferencia entre las medidas de los segmentos \overline{PB} y \overline{AP} ?

b. Si un segmento mide 126 cm de longitud y se ha dividido interiormente con un punto Q a razón de 3 : 4, ¿cuál es la medida del trazo de mayor longitud?

c. Un segmento \overline{QS} mide 45 cm. Un punto P lo divide exteriormente en razón de 4 : 9. Determina las medidas de los segmentos \overline{QP} y \overline{SP} .

12. Junto con un compañero, respondan las siguientes preguntas. Justifiquen sus respuestas.

a. ¿Es posible que al reducir con una fotocopidora un triángulo cuyos lados miden 9, 18 y 12 centímetros resulte un triángulo de lados 4, 8 y 6 centímetros, respectivamente?

b. ¿Es posible que al reducir con una fotocopidora un triángulo cuyos lados miden 15, 21 y 27 centímetros resulte un triángulo de lados 5, 7 y 9 centímetros, respectivamente?

SÍNTESIS

En las páginas tratadas anteriormente has estudiado:

Homotecia Páginas 80 a 83.

1. La transformación de una figura según un factor $k \neq 0$ y un centro O se clasifican como homotecia _____ cuando $k > 0$ y como homotecia _____ cuando $k < 0$.

Homotecia vectorial Páginas 84 a 87.

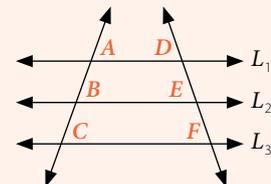
2. Al multiplicar un vector \vec{u} por un escalar α se obtiene $\alpha \cdot \vec{u} = \alpha \cdot (x, y) = (\quad , \quad)$

3. Si $\alpha < 0$, el vector _____ el sentido.

4. Si $\alpha > 0$, el vector _____ el sentido.

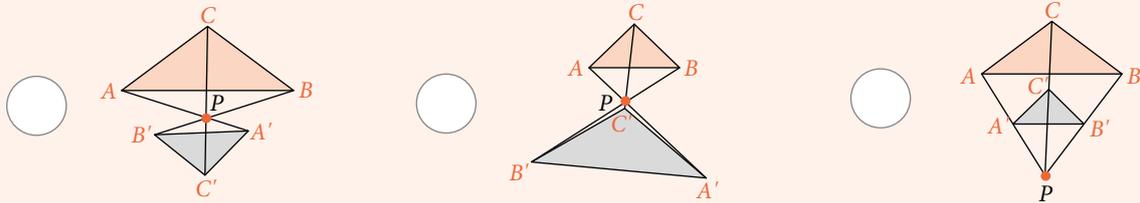
Teorema de Tales Páginas 88 a 93.

5. Si $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$, entonces, se cumple que: $\frac{AB}{\quad} = \frac{\quad}{EF} = \frac{AC}{\quad}$

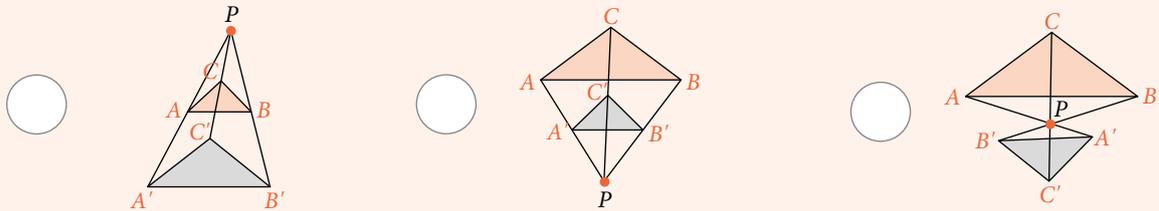


1. Marca con un la figura solicitada y con una las que no correspondan.

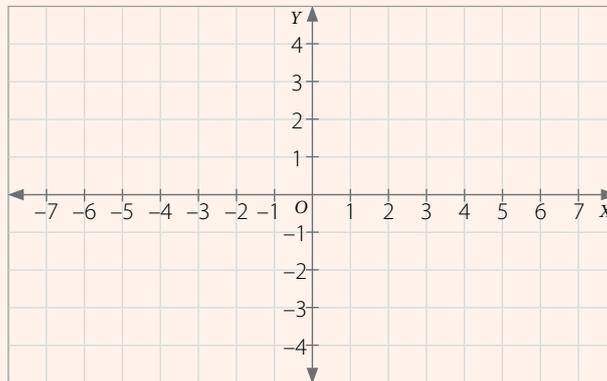
a. La homotecia aplicada al triángulo ABC con centro P y razón $k = -\frac{1}{2}$.



b. La homotecia aplicada al triángulo ABC con centro P y razón $k = \frac{1}{2}$.



2. Dibuja el triángulo de vértices $A = (2, 1)$; $B = (1, -2)$ y $C = (3, -1)$. Luego, representa la homotecia de centro en el origen O y razón $k = -2$.



3. **Analicen** la siguiente figura con dos homotecias del trapecio $ABCD$, de razones $k = \frac{1}{2}$ y $k = 2$, con centro en Q , y determinen si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F).

a. Si $\overline{BB'}$ mide 3 cm, entonces, $\overline{BB''}$ mide 6 cm.

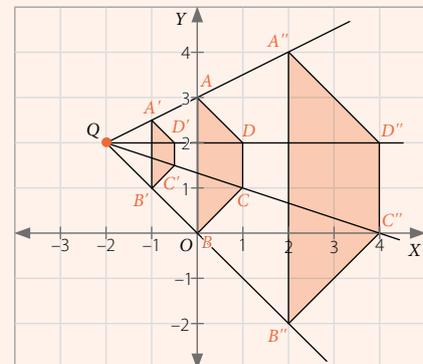
b. Si $\overline{QA'}$ mide x , $\overline{QA''}$ mide $3x$.

c. $\frac{A'A}{AA''} = \frac{QD'}{D'D}$

d. $\overline{A'B'}$ es paralela a $\overline{A''B''}$.

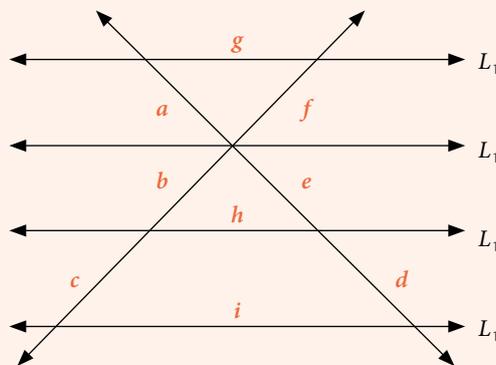
e. Las áreas de los trapecios $A'B'C'D'$ y $A''B''C''D''$ están en razón 1 : 16.

f. El perímetro de $A'B'C'D'$ es al perímetro de $A''B''C''D''$ como 1 : 4.



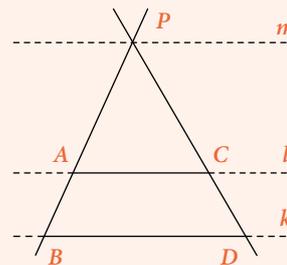
4. **Evalúa** cuáles de las siguientes igualdades son correctas (✓) y cuáles no lo son (✗).
 Considera que $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3 \parallel L_4$.

- a. $\frac{a}{b} = \frac{f}{e}$ e. $\frac{b}{c} = \frac{d}{e}$
 b. $\frac{a}{c} = \frac{f}{d}$ f. $\frac{f}{g} = \frac{b}{h}$
 c. $\frac{a}{g} = \frac{e}{h}$ g. $\frac{h}{e} = \frac{i}{d}$
 d. $\frac{b}{h} = \frac{b+c}{i}$ h. $\frac{a+b}{c} = \frac{f+e}{d}$



5. **Analicen** la siguiente información, y luego respondan. Al triángulo PDB lo cortan las rectas m, l y k , paralelas entre sí.

- a. Si $PC = 18$ cm, $BP = 30$ cm y $PD = 27$ cm, ¿cuál es la medida de \overline{AP} ?



- b. Si $PC = 16$ cm, $AP = 24$ cm y $BP = 54$ cm, ¿cuánto mide \overline{PD} ?

- c. Si $BP = 12$ cm, $PC = 10$ cm y $CD = 5$ cm, ¿cuánto mide \overline{AB} ?

¿CÓMO SIGUES AVANZANDO?

RETROALIMENTACIÓN

Responde con una actitud crítica considerando tu desempeño a lo largo de la lección.

1 ¿Tuviste alguna dificultad al trabajar el tema de homotecia? Explica.

2 Al trabajar el teorema de Tales, ¿cómo fue tu desempeño? ¿Por qué?

3 Escribe un ejemplo que involucre homotecia o el teorema de Tales.

¿Crees que tu método de estudio te está dando resultados? ¿Por qué?

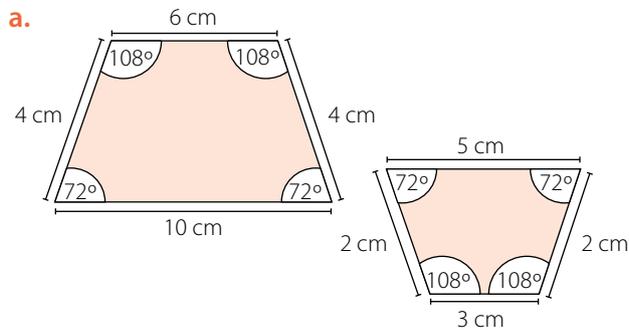
SEMEJANZA

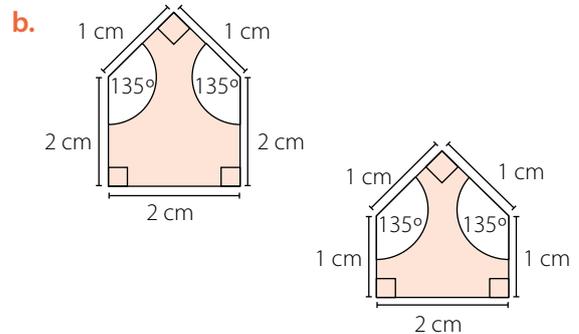
Semejanza de figuras

1. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F).

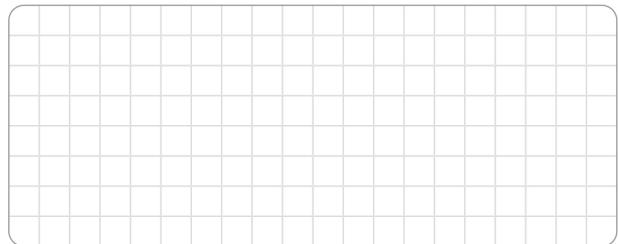
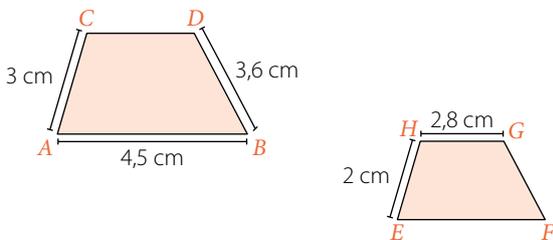
- a. Dos triángulos rectángulos siempre son semejantes.
- b. Todos los rectángulos, sin importar sus medidas, son semejantes entre sí.
- c. Todos los triángulos rectángulos isósceles son semejantes.
- d. Si dos triángulos son semejantes, entonces dichos triángulos son necesariamente equiláteros.
- e. Todos los cuadrados, sin importar sus medidas, son semejantes entre sí.
- f. Dos triángulos semejantes tienen la misma clasificación respecto de sus lados y sus ángulos.

2. Señala si los siguientes polígonos son semejantes o no. Argumenta tu afirmación.





3. Calcula la medida de los lados solicitados para que los trapecios $ABCD$ y $EFGH$ sean semejantes.



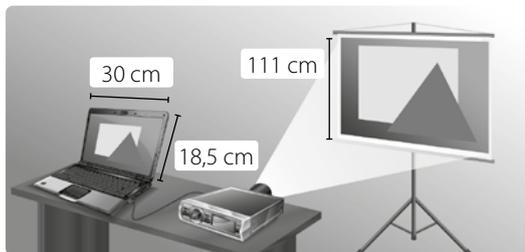
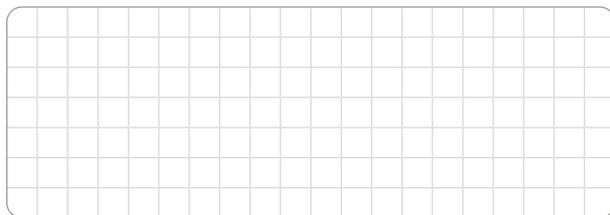
a. $\overline{CD} =$

b. $\overline{EF} =$

c. $\overline{FG} =$

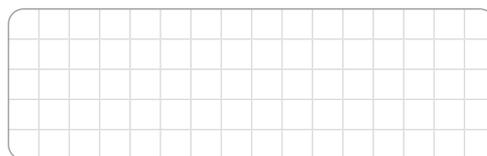
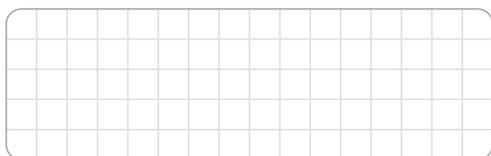
6. Resuelve los siguientes problemas.

- a. Se proyecta desde un computador una presentación en la pared, como se muestra en la imagen. ¿Cuál es la razón de semejanza de la proyección respecto de la pantalla del computador? ¿Cuál es el largo de la imagen proyectada?

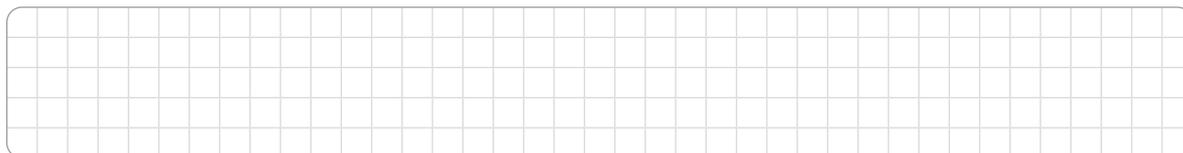


- b. Camila sacó una fotocopia en ampliación y una en reducción de una bandera triangular cuyos lados miden 8 cm, 9 cm y 12 cm. En la reducción, el lado correspondiente al de 8 cm mide 6 cm, y en la ampliación, esa medida es de 16 cm.

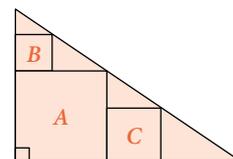
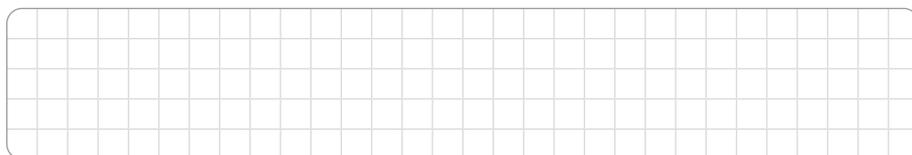
- ¿Cuál es la medida de cada lado en la reducción?
- ¿Cuál es la medida de cada lado en la ampliación?



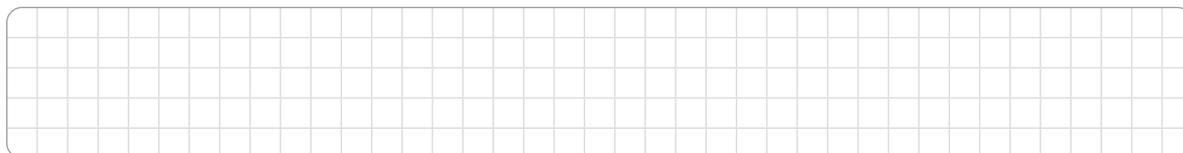
- c. La Gioconda, de Leonardo da Vinci, es una de las pinturas más famosas del mundo. Sus dimensiones son 77 cm de largo y 53 cm de ancho. Si un cartel publicitario tiene dicha pintura ampliada a una razón de semejanza de 5,6, ¿cuál es el área de la reproducción?



- d. En la figura se tienen tres cuadrados no superpuestos inscritos en un triángulo rectángulo, de modo que los lados de los cuadrados *B* y *C* tienen 2 cm y 3 cm de longitud, respectivamente. ¿Cuál es la medida del lado del cuadrado *A*?



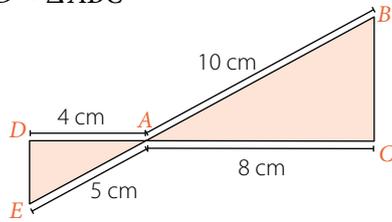
- e. **ACTIVIDAD DE PROFUNDIZACIÓN** Un triángulo tiene lados de 20 cm, 26 cm y 30 cm. ¿Cuáles son las medidas de los lados de otro triángulo semejante que tiene 114 cm de perímetro?



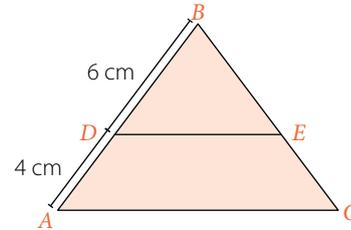
Criterios de semejanza de triángulos

1. Determina cuál o cuáles criterios (AA, LLL o LAL) permiten demostrar la semejanza entre cada par de triángulos.

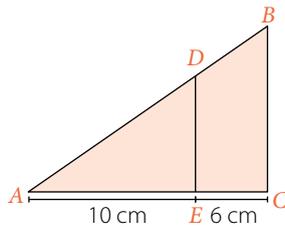
a. $\triangle AED \approx \triangle ABC$



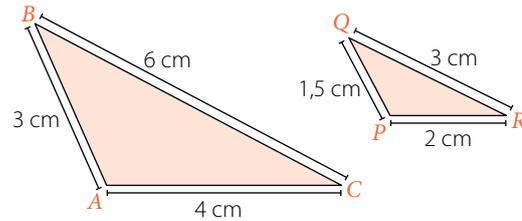
e. $\triangle ABC \approx \triangle DBE$, con $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$.



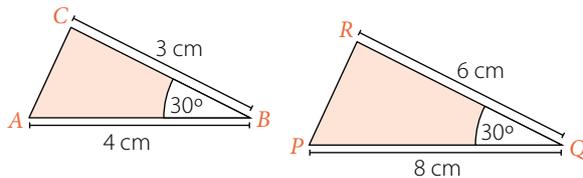
b. $\triangle ABC \approx \triangle ADE$, con $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$.



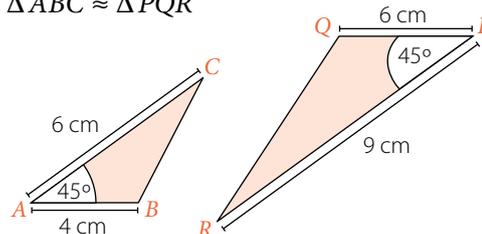
f. $\triangle ABC \approx \triangle PQR$



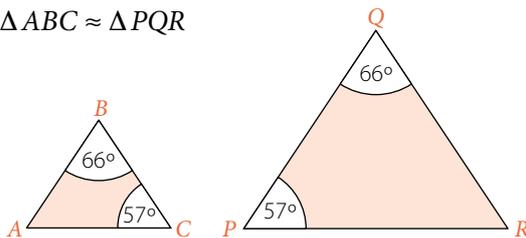
c. $\triangle ABC \approx \triangle PQR$



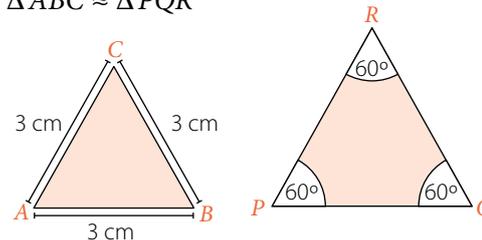
g. $\triangle ABC \approx \triangle PQR$



d. $\triangle ABC \approx \triangle PQR$



h. $\triangle ABC \approx \triangle PQR$



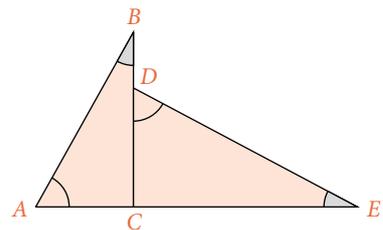
2. Argumenta. ¿Por qué los triángulos equiláteros son semejantes?

3. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F).

- a. Si dos triángulos rectángulos tienen uno de sus ángulos agudos congruentes, entonces son semejantes por criterio *AA*.
- b. Para que dos triángulos sean semejantes según el criterio *LLL*, debe cumplirse que las medidas de sus lados correspondientes siempre sean iguales.
- c. Todos los triángulos equiláteros son semejantes.
- d. Un triángulo rectángulo que tiene un ángulo interior de 30° siempre es semejante con otro triángulo rectángulo con un ángulo interior de 60° .
- e. Todos los triángulos rectángulos son semejantes.
- f. Dos triángulos son semejantes si tienen sus ángulos correspondientes iguales.
- g. Si dos triángulos tienen dos ángulos iguales y sus tamaños son diferentes, el criterio que lo justifica es *LAL*.
- h. Dos triángulos isósceles siempre son semejantes.
- i. Si dos triángulos son semejantes y uno de ellos es rectángulo, entonces el otro triángulo también es rectángulo.

4. Evalúa cuáles de las siguientes igualdades o congruencias son correctas (✓) y cuáles no lo son (✗). Considera que $\triangle ABC \sim \triangle DEC$.

- a. $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DC}$
- b. $\frac{BC}{EC} = \frac{AC}{DC}$
- c. $\frac{AB}{DC} = \frac{BC}{DE}$
- d. $\sphericalangle ABC \cong \sphericalangle CDE$
- e. $\sphericalangle ABC \cong \sphericalangle DEC$
- f. $\sphericalangle BCA \cong \sphericalangle ECD$

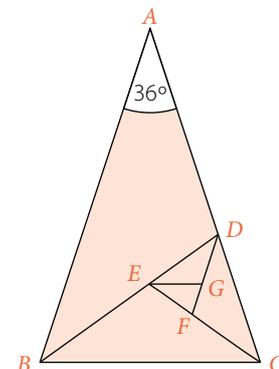


5. Analiza la siguiente información, y luego responde.

Considera que los triángulos *CAB* y *CEB* son isósceles. \overline{CE} es bisectriz del $\sphericalangle ACB$, y \overline{DF} , \overline{EG} y \overline{BD} son bisectrices de $\sphericalangle EDC$, $\sphericalangle FED$ y $\sphericalangle CBA$, respectivamente.

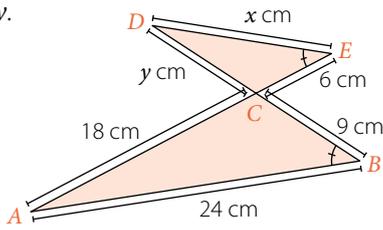
- a. ¿Cuáles triángulos son semejantes al triángulo *CAB*? ¿Por qué?

- b. ¿Cuáles triángulos son semejantes al triángulo *CEB*? ¿Por qué?

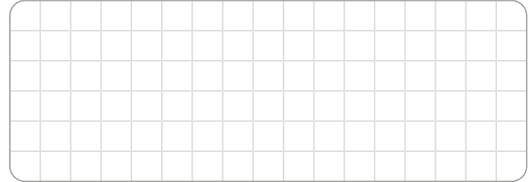
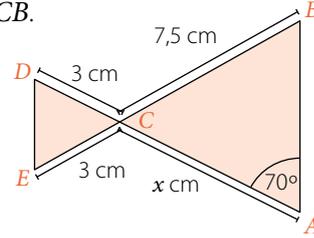


6.  Calculen el valor de los elementos indicados si en cada figura los triángulos son semejantes.

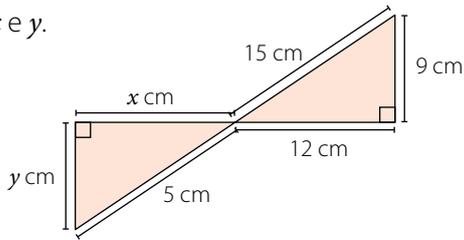
a. x e y .



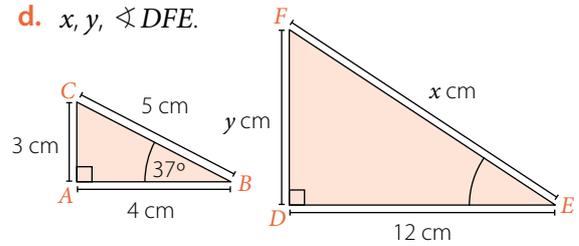
c. x , $\sphericalangle ACB$.



b. x e y .



d. x , y , $\sphericalangle DFE$.

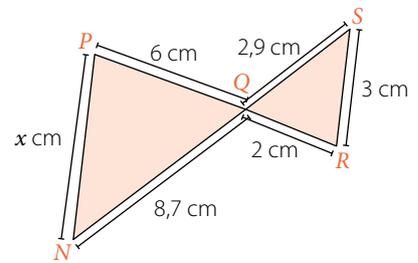


7. Comprueba la semejanza de los triángulos y responde.

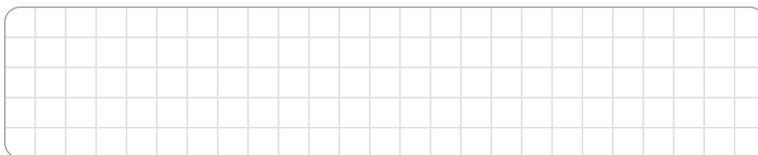
a. $\triangle NQP \sim \triangle SQR$.



¿Cuál es el valor de x ? cm

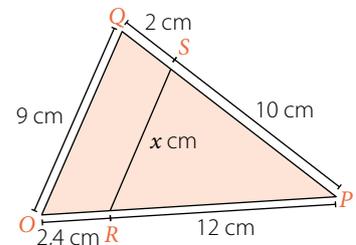


b. $\triangle OPQ \sim \triangle RPS$.



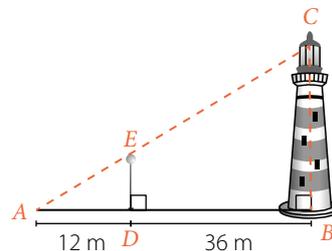
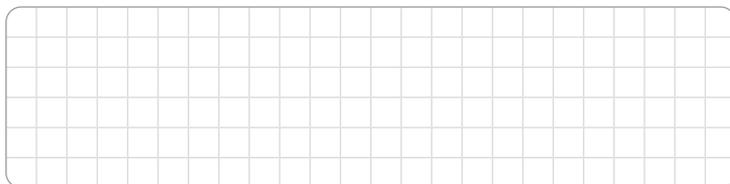
• ¿Cuál es el valor de x ? cm

• Si $m(\sphericalangle POQ) = 65^\circ$ y $m(\sphericalangle QPO) = 45^\circ$, ¿cuánto mide el $\sphericalangle RSP$? _____

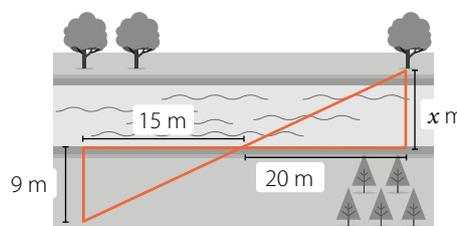


8. Resuelve los siguientes problemas.

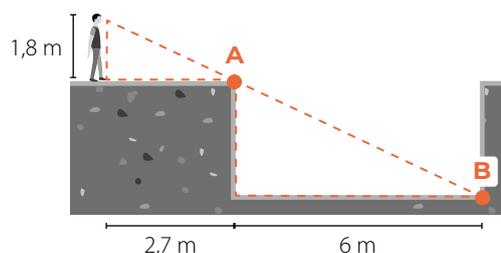
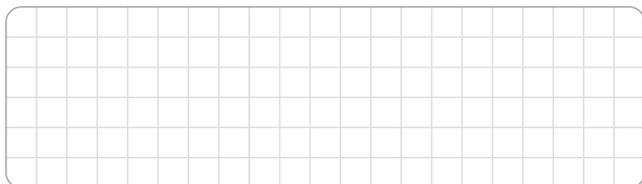
- a. A una determinada hora del día un faro proyecta una sombra desde el punto B al A , mientras que la sombra del poste de 8 m de alto a la misma hora va del punto D al A , tal como se muestra en la imagen. ¿Cuál es la altura del faro?



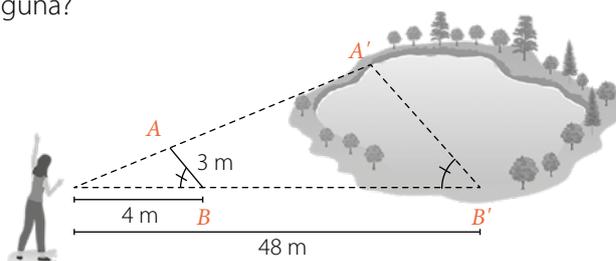
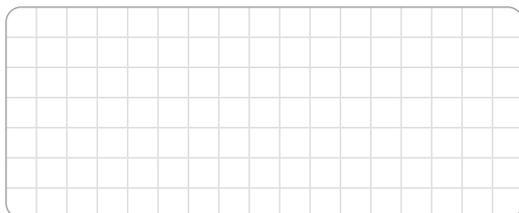
- b. Se va a construir un puente para cruzar un río, por lo que es necesario conocer su ancho en el sitio de construcción. La persona encargada propone tomar las medidas en una de las riberas para utilizar la semejanza de triángulos y con esto hallar la longitud del ancho. En la figura se ven las medidas que tomaron. ¿Cuál es el ancho (x) del río?



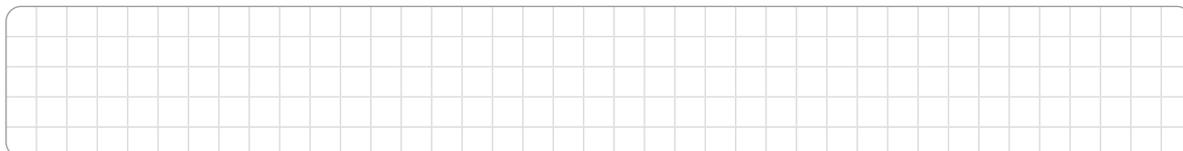
- c. Una topógrafa desea calcular la profundidad de una excavación. Para ello, se pone de pie a 2,7 m del borde y mirando desde 1,8 m de altura, se alinean los puntos A y B , tal como se observa en la imagen. ¿Cuál es la profundidad de la excavación?



- d. Para medir el ancho de una laguna se trazan dos triángulos semejantes entre sí, como se muestra en la imagen. ¿Cuántos metros de ancho tiene la laguna?



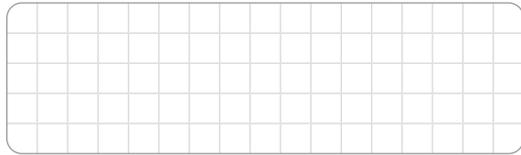
- e. Si un edificio de 100 m de altura proyecta una sombra de 24 m, ¿qué altura tendrá otro edificio que en ese mismo instante tiene una sombra de 15 m?



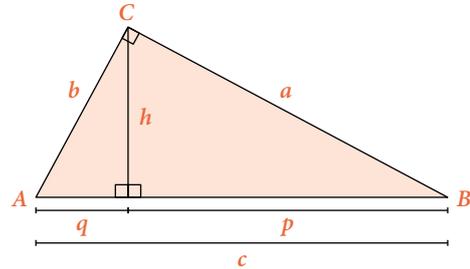
Teorema de Euclides

1. Considera las medidas dadas en cada caso y calcula los valores solicitados.

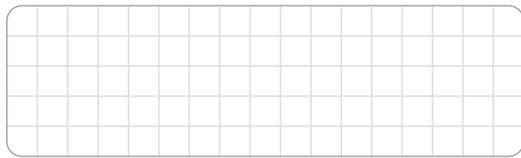
a. $q = 9$ cm y $h = 6$ cm



$a = \square$ cm, $b = \square$ cm, $p = \square$ cm.

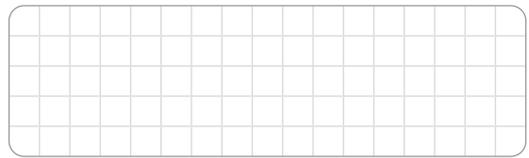


b. $a = 8$ cm y $p = 4$ cm



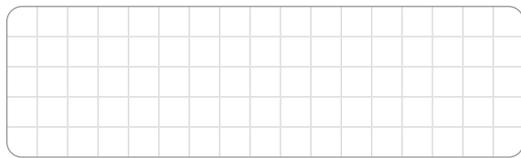
$b = \square$ cm, $c = \square$ cm, $q = \square$ cm.

e. $q = 3$ cm y $b = 9$ cm



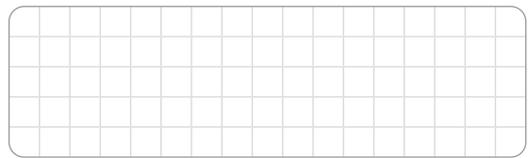
$a = \square$ cm, $c = \square$ cm, $h = \square$ cm.

c. $b = 12$ cm y $c = 16$ cm



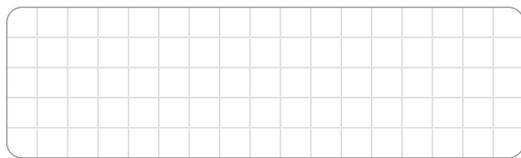
$a = \square$ cm, $p = \square$ cm, $h = \square$ cm.

f. $a = 6$ cm y $c = 12$ cm



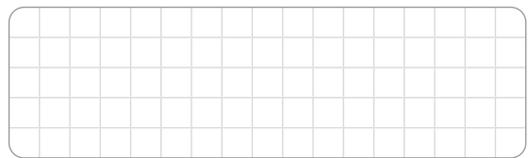
$p = \square$ cm, $q = \square$ cm, $h = \square$ cm.

d. $p = 4$ cm y $q = 12$ cm



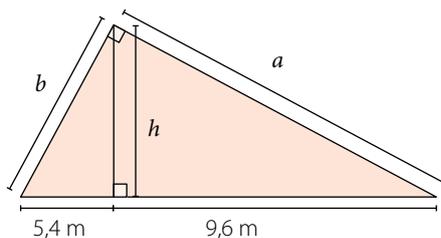
$a = \square$ cm, $b = \square$ cm, $c = \square$ cm.

g. $a = 12$ cm y $p = 9,6$ cm



$b = \square$ cm, $c = \square$ cm, $q = \square$ cm.

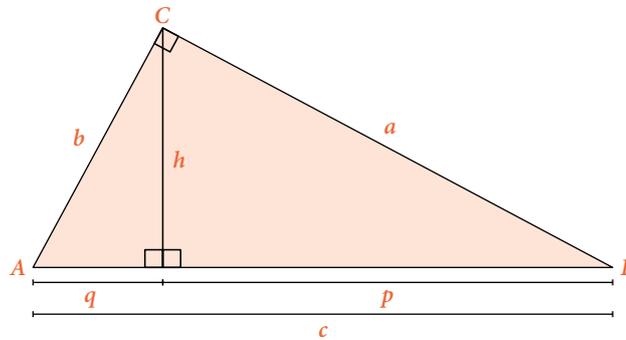
2. Calcula el perímetro del siguiente triángulo.



3. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F).

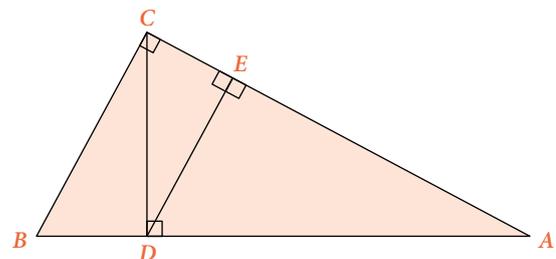
- a. El teorema de Euclides se aplica a todo tipo de triángulos sobre la altura h que se traza desde uno de los vértices del triángulo al lado opuesto a dicho vértice.
- b. El teorema de Euclides aplicado a los catetos de un triángulo establece que el cuadrado del cateto de un triángulo es equivalente al producto de su proyección sobre la hipotenusa del triángulo con la medida de la hipotenusa.
- c. En un triángulo que cumple con las condiciones del teorema de Euclides se generan 3 triángulos semejantes con la división que produce la altura trazada sobre el vértice del ángulo recto.
- d. En un triángulo isósceles rectángulo, cuando se traza la altura desde el ángulo recto, las medidas que la altura determina sobre la base son equivalentes.
- e. En un triángulo rectángulo, cuando se traza la altura desde el ángulo recto, esta siempre es mayor que cualquiera de los catetos del triángulo.

4. Evalúa cuáles de las siguientes igualdades son correctas (✓) y cuáles no lo son (✗). Considera los teoremas de Euclides en el triángulo rectángulo ABC .



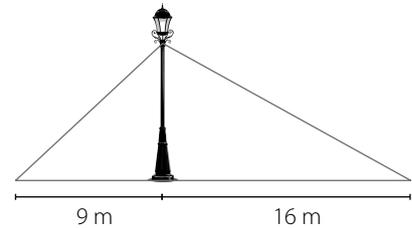
- a. $b^2 = c \cdot p$
- b. $a^2 = p \cdot c$
- c. $h^2 = q \cdot p$
- d. $c^2 - b^2 = a^2$
- e. $h^2 + p^2 = a$
- f. $b = h^2 \cdot q$
- g. $c^2 \cdot a^2 = q^2 \cdot p^2$
- h. $b = q \cdot c$
- i. $a = q \cdot p$

5. ¿En cuáles pares de triángulos semejantes se puede aplicar el teorema de Euclides en la siguiente figura?

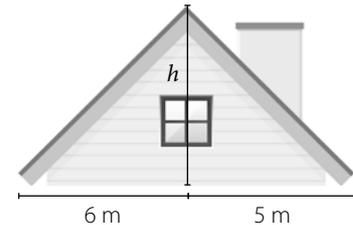


6.  Resuelvan los siguientes problemas.

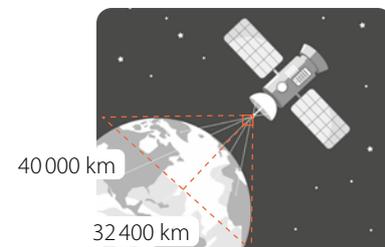
- a. Dos cables tensos atados al suelo sujetan desde su extremo superior a un poste formando un ángulo recto, como se representa en la figura. ¿Cuál es la longitud total de los cables?



- b. En la imagen se representa un techo que forma un ángulo recto. Si la altura h divide la horizontal de la fachada de la casa en 6 m y 5 m, respectivamente, ¿cuál es la altura máxima del techo? ¿Cuál es la longitud de la fachada frontal del techo?

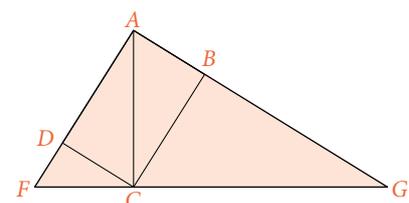


- c. Un satélite está ubicado en una posición tal que las señales de mayor amplitud sobre el globo terráqueo forman un ángulo recto, como se muestra en la imagen. ¿A qué altura se encuentra el satélite? ¿Cuál es la distancia aproximada que recorre la señal que llega a los extremos del planeta?



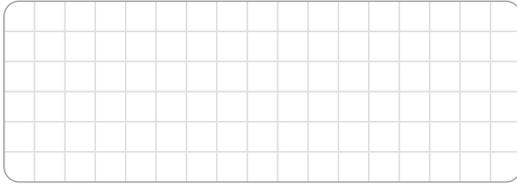
7.  Apliquen el teorema de Euclides para realizar la siguiente demostración.

Demuestren que el área del rectángulo $ABCD$ es igual a $\sqrt{DF \cdot AD \cdot AB \cdot BG}$ si se sabe que \overline{AC} es perpendicular a \overline{FG} .

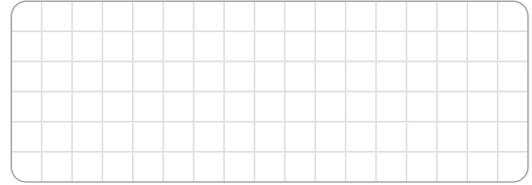


8. Resuelve los siguientes problemas.

- a. En un triángulo rectángulo, una altura corta a la hipotenusa definiendo dos segmentos de longitudes 25 cm y 4 cm. ¿Cuál es la longitud de la altura?



- b. La medida de la diagonal de un rectángulo mide 34 cm y sus lados están en razón 15 : 8. ¿Cuál es el área del rectángulo? ¿Cuál es su perímetro?



SÍNTESIS

En las páginas tratadas anteriormente has estudiado:

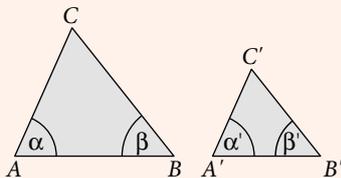
Semejanza de figuras Páginas 96 a 99.

- Dos figuras son semejantes (\sim) cuando tienen la misma _____.
- Dos polígonos son semejantes si sus ángulos interiores correspondientes son _____ y la razón entre las medidas de sus lados correspondientes es _____.

Criterios de semejanza de triángulos Páginas 100 a 103.

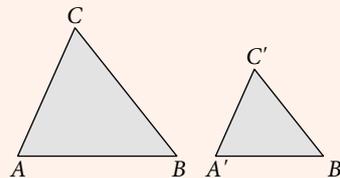
3. Completa la igualdad correspondiente a cada criterio.

a. Ángulo – ángulo (AA)



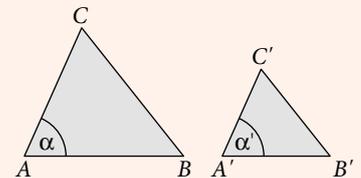
$\alpha = \square$ y $\beta = \square$

b. Lado – lado – lado (LLL)



$\frac{AB}{\square} = \frac{\square}{B'C'} = \frac{AC}{\square}$

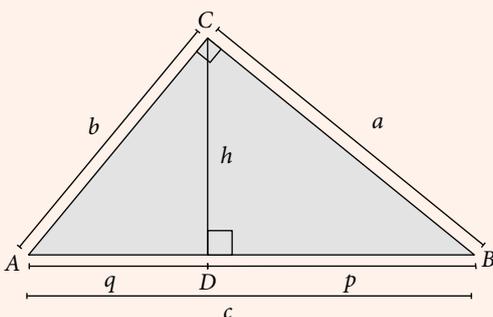
c. Lado – ángulo – lado (LAL)



$\frac{\square}{A'B'} = \frac{AC}{\square}$ y $\alpha = \square$

Teorema de Euclides Páginas 104 a 107.

4. Completa según el teorema correspondiente.

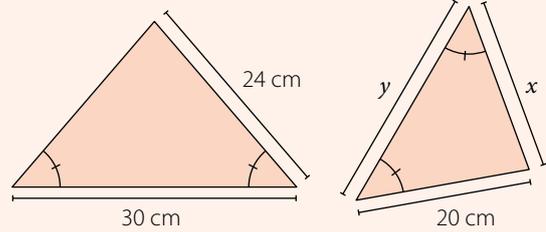
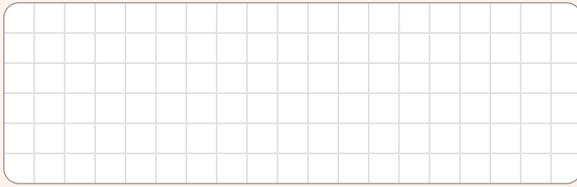


a. $h = \sqrt{\square \cdot \square}$

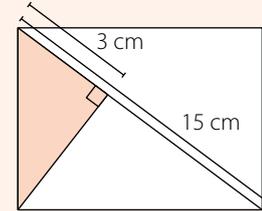
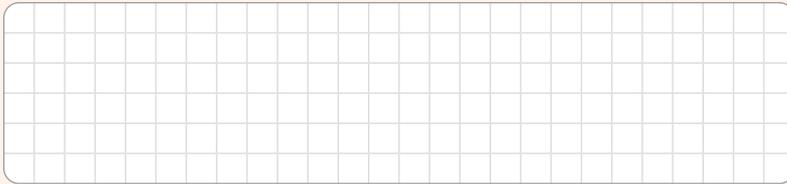
b. $a = \sqrt{\square \cdot \square}$ y $b = \sqrt{\square \cdot \square}$

1. Calcula lo solicitado en cada caso.

- a. El valor de x e y en los triángulos semejantes.



- b. El área de la región pintada en el siguiente rectángulo.



2. Evalúa cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas (✓) y cuáles no lo son (✗).

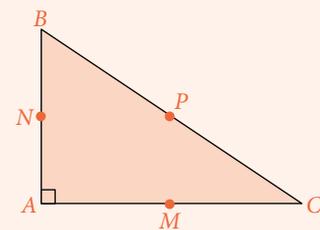
- a. Los ángulos correspondientes de dos triángulos semejantes son congruentes.
- b. Los ángulos correspondientes de dos triángulos semejantes son complementarios.
- c. Los lados correspondientes de dos triángulos semejantes son perpendiculares.
- d. Los lados correspondientes de dos triángulos semejantes son proporcionales.

3. Resuelve los siguientes problemas.

- a. Si la razón de semejanza de dos triángulos rectángulos semejantes es de 1,8, ¿en qué razón se encuentran sus perímetros? ¿Y sus áreas?

- b. La distancia real entre dos ciudades es 25 km. ¿A qué distancia deben encontrarse en un mapa hecho a escala 1: 200 000?

- c. Sobre el triángulo rectángulo ABC traza el triángulo MNP que se obtiene al unir los puntos medios de los lados del triángulo ABC . ¿Qué criterio de semejanza permite probar que los dos triángulos, ABC y PMN , son semejantes? ¿Por qué?

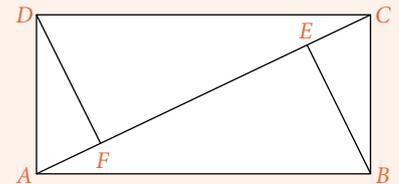


4.  Resuelvan los siguientes problemas.

- a. En una foto hay un edificio y un niño de 150 cm de estatura. Si la altura del niño y del edificio en la foto son 0,9 cm y 18 cm, respectivamente, ¿qué altura tiene el edificio? Si cada piso tiene una altura de 3 m, ¿cuántos pisos tiene el edificio?

- b. Un bastón de 1 m de largo a una determinada hora proyecta una sombra de 0,8 m, y a la misma hora del día, un árbol proyecta una sombra de 12 m. ¿Cuál es la altura del árbol?

- c. En el rectángulo $ABCD$, \overline{BE} y \overline{DF} son perpendiculares a la diagonal \overline{AC} . Si $BC = 6$ cm y $AB = 10$ cm, ¿cuánto mide \overline{EF} ?



¿CÓMO SIGUES AVANZANDO?

RETROALIMENTACIÓN

Responde con una actitud crítica considerando tu desempeño a lo largo de la lección.

1 ¿Sentiste un clima de confianza al trabajar?
¿Por qué?

2 ¿Cómo apreciarías tu desempeño? ¿En qué podrías mejorar?

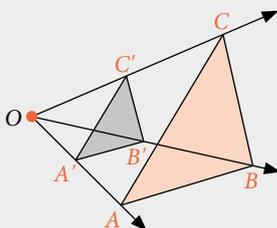
3 Escribe un ejemplo en el que apliques lo aprendido en la lección.



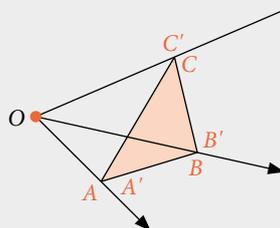
¿Crees que tu método de estudio te está dando resultados? ¿Por qué?

1. Relaciona cada representación con su correspondiente valor de k . Escribe el número asociado a cada representación en el espacio designado.

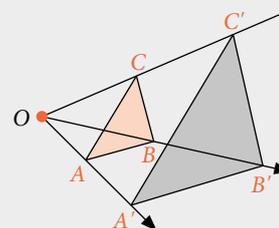
1



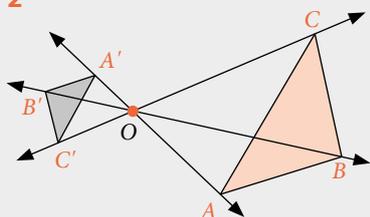
3



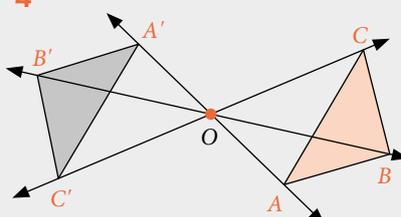
5



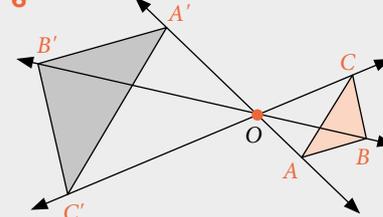
2



4



6



a. $0 < k < 1$

c. $k = -1$

e. $k > 1$

b. $k < -1$

d. $k = 1$

f. $-1 < k < 0$

2. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F).

a. El teorema de Tales se aplica cuando hay dos rectas paralelas cortadas por al menos dos rectas secantes.

b. El teorema de Tales se puede aplicar a cualquier tipo de triángulo que es cortado por una recta paralela a uno de sus lados.

c. Para dividir proporcionalmente un segmento, se debe trazar una recta no paralela a él que corte al segmento en uno de sus extremos.

d. Un triángulo isósceles puede ser semejante a un triángulo equilátero.

e. Si dos triángulos tienen sus lados correspondientes proporcionales, el criterio que justifica su semejanza es el AA.

3. Evalúa cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas (✓) y cuáles no lo son (✗).

a. $\frac{p}{r} = \frac{s}{q}$

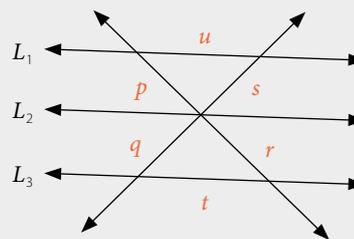
d. $\frac{u}{t} = \frac{p}{s}$

b. $\frac{u}{p} = \frac{r}{t}$

e. $\frac{p}{q} = \frac{u}{t}$

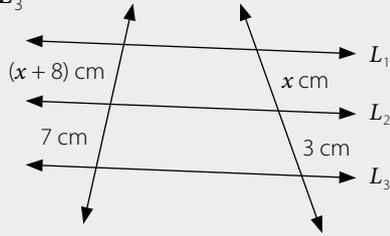
c. $\frac{p}{q} = \frac{s}{r}$

f. $\frac{u}{p} = \frac{t}{r}$

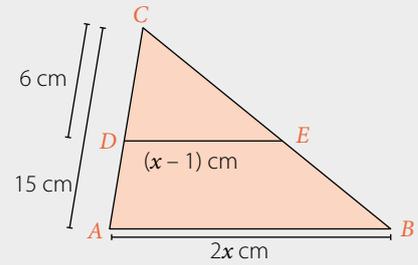


4. Aplica el teorema de Tales y calcula el valor de x .

a. $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$

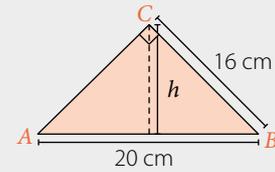


b. $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$

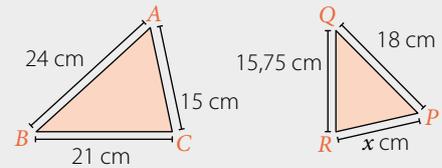


5. Resuelve los siguientes problemas.

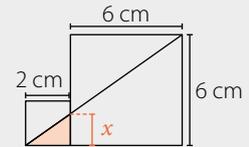
a. ¿Cuál es la medida de la altura (h) del triángulo rectángulo ABC ?



b. El triángulo PQR es una reducción del triángulo ABC . ¿Cuál es el valor de x ?



c. La figura está compuesta por dos cuadrados. ¿Cuál es el área de la región pintada?



CIERRE

• De todas las actividades, ¿cuál permitió desarrollar tu ingenio? ¿Por qué?

• Al trabajar en grupo, ¿fuiste capaz de expresar tus ideas con claridad? Explica.

• ¿Cómo evaluarías tu desempeño a lo largo de esta unidad? ¿Qué aspectos mejorarías?

4 LOS DEPORTES

UNIDAD

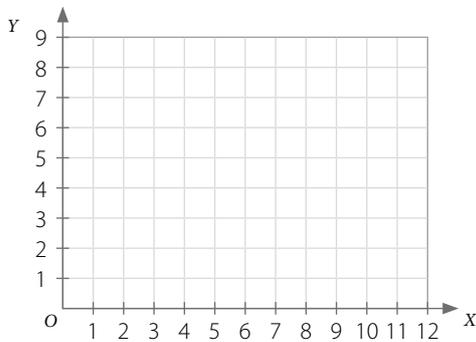
LECCIÓN 10

ANÁLISIS DE POBLACIONES

Registro de distribuciones

1. Representa los siguientes conjuntos de datos en una nube de puntos y responde lo solicitado en cada caso.

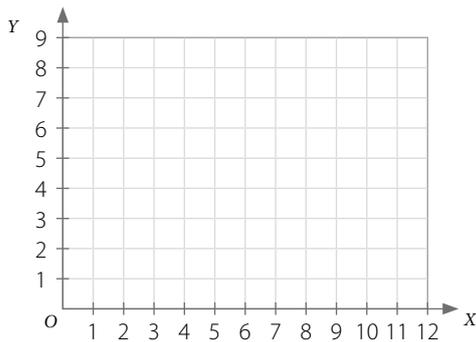
- a. $\{(2, 5), (10, 4), (4, 6), (5, 4), (9, 8), (10, 7), (3, 5), (2, 7), (1, 4), (5, 6), (3, 2), (11, 1)\}$



- ¿Siguen alguna tendencia los puntos? Explica.

- ¿Existe algún dato aislado o atípico?

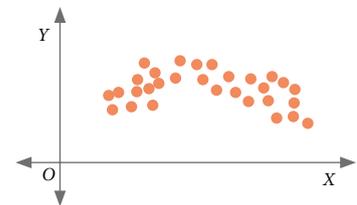
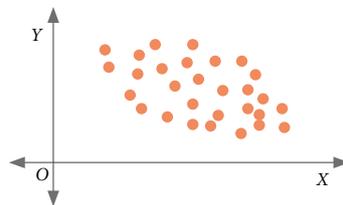
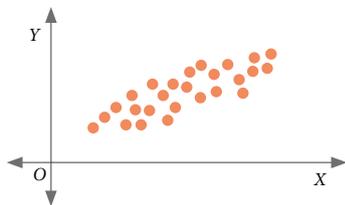
- b. $\{(2, 7), (1, 2), (2, 8), (3, 6), (4, 5), (1, 8), (0, 9), (6, 3), (2, 6), (3, 5), (5, 4), (7, 2)\}$



- ¿Siguen alguna tendencia los puntos? Explica.

- ¿Existe algún dato aislado o atípico?

2. Observa los diagramas de dispersión A, B y C. Traza en cada uno la recta que mejor lo represente, y luego responde.

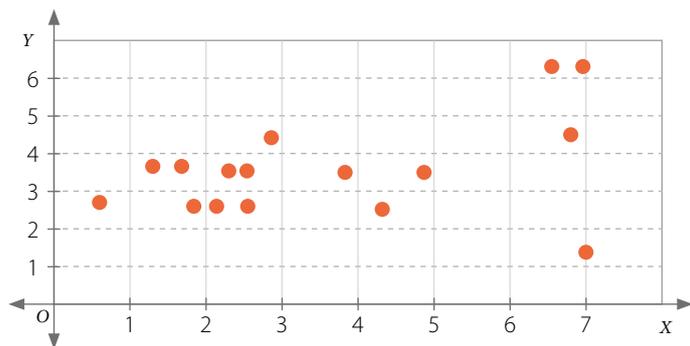


- a. ¿En cuál de los diagramas se observa mayor correlación?

- b. ¿En cuál de los diagramas se observa una correlación más débil?

- c. ¿En cuál de los diagramas se observa una correlación positiva?

3. Observa la siguiente gráfica de dispersión, y luego realiza lo solicitado.



RECURSO WEB

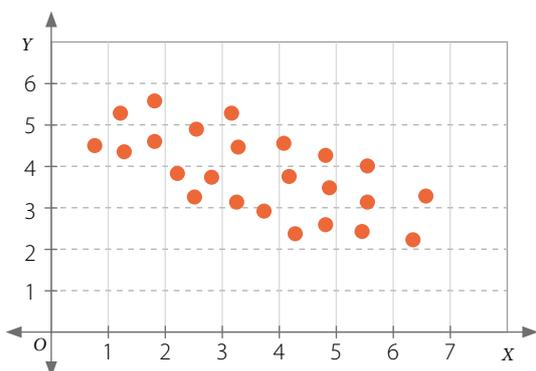
Para practicar más puedes acceder al recurso interactivo del Mineduc *Regresión de mínimos cuadrados* en el siguiente sitio: <https://n9.cl/kti6>



- Traza, en el diagrama, la recta que consideras que representa mejor la media de los datos.
- Identifica los puntos que corresponden a puntos aislados o atípicos y enciérralos en un círculo.
- Elabora una conclusión del comportamiento de los datos.

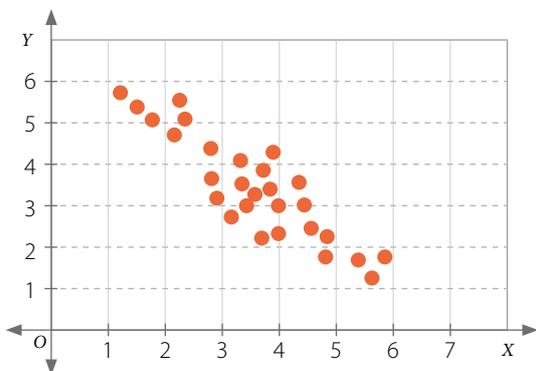
4. Examina las siguientes nubes de puntos y responde.

a.



- ¿Se puede establecer alguna relación lineal entre las variables?
- ¿La correlación es positiva o negativa?
- ¿La correlación es débil o fuerte?

b.



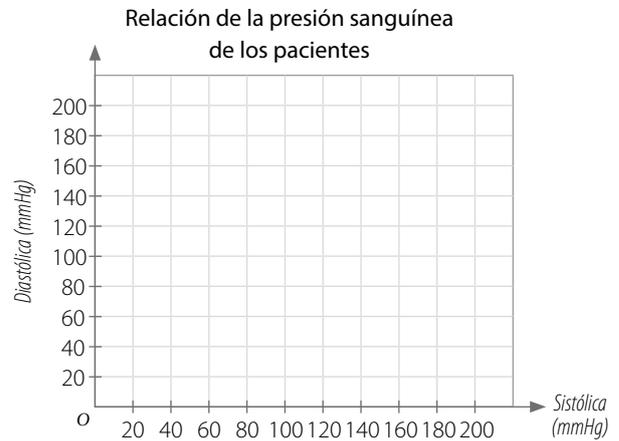
- ¿Se puede establecer alguna relación lineal entre las variables?
- ¿La correlación es positiva o negativa?
- ¿La correlación es débil o fuerte?

5.  **Analicen** las siguientes situaciones y elaboren un gráfico de nube de punto con los datos obtenidos en cada caso.

- a. Un estudio realizado con 12 pacientes de un hospital relaciona la presión sanguínea de los pacientes (sistólica y diastólica).

Sistólica (mmHg)	Diastólica (mmHg)
115	70
110	65
125	80
120	90
115	70
120	80

Sistólica (mmHg)	Diastólica (mmHg)
150	90
140	100
135	85
105	60
110	70
140	90



- ¿Qué tipo de correlación presentan los datos? Justifica tu respuesta.

- ¿Se puede establecer alguna conclusión a partir de los datos? Justifica tu respuesta.

- b. Una encuesta realizada a un grupo de estudiantes de Educación Media relaciona el nivel que cursan con la cantidad de dinero (\$) que gastan al día en el quiosco escolar.

Nivel (curso)	Gasto (\$)
1°	1 500
3°	2 200
2°	900
1°	1 500
1°	1 000
3°	3 200
4°	3 000
4°	3 500
3°	3 500

Nivel (curso)	Gasto (\$)
1°	1 600
3°	3 000
3°	3 200
4°	2 000
2°	2 500
2°	1 800
4°	2 600
2°	2 200
2°	2 500



- ¿Qué tipo de correlación presentan los datos? Justifica tu respuesta.

- ¿Se puede establecer alguna conclusión a partir de los datos? Justifica tu respuesta.

6. ACTIVIDAD DE PROFUNDIZACIÓN Resuelve el siguiente problema y responde.

Una tienda está interesada en saber si el monto de sus ventas diarias tiene alguna relación con la cantidad de clientes que van a la tienda en el día. Para ello, registró durante dos semanas la cantidad de clientes diarios y la recaudación de sus ventas (en miles de \$) cada día y elaboró la siguiente tabla:

Cientes (cantidad)	90	70	80	80	65	95	95	90	70	80	85	60	95	100
Venta recaudada (miles de \$)	90	70	85	90	70	95	100	95	65	80	90	70	98	100

- a. Construye una nube de puntos para los datos (utilizando una graduación conveniente del plano cartesiano).



- b. Describe brevemente el comportamiento que existe en la nube de datos.

- c. ¿Se puede afirmar que a mayor número de clientes, mayor es la recaudación?, ¿por qué?

- d. ¿Existe una correlación fuerte entre los datos obtenidos en la encuesta?, ¿por qué?

- e. ¿Existen datos atípicos? Explica.

- f. ¿Crees que dos semanas de registro de datos es suficiente para verificar que a mayor número de clientes, mayor es la recaudación? Justifica tu respuesta.

PROYECTO ¿Cómo se relaciona la masa corporal con la velocidad?

Materiales: • balanza • cronómetro • cinta o huincha de medir

7.  Organicen un equipo de trabajo de dos o tres estudiantes y realicen las siguientes actividades:

- Midan una distancia conveniente de entre 30 m y 50 m que conformará la pista de carrera.
- Reúnan una muestra compuesta por diez compañeros de curso para tomar sus medidas.

a. Escriban una hipótesis. ¿Cómo se relacionan las variables? _____

b. Con la balanza, midan la masa corporal de cada corredor y registren los datos en la tabla.

Corredor (n°)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Masa corporal (kg)										

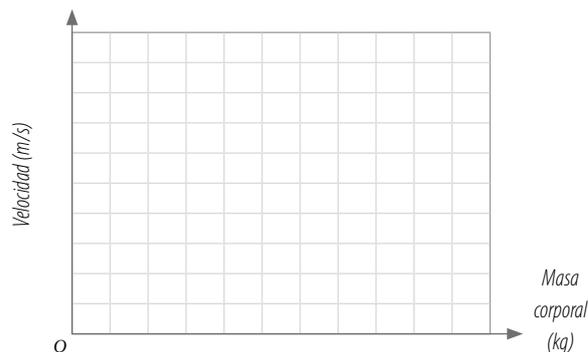
c. Pidan a los participantes, uno por uno, que corran lo más rápido posible la distancia fijada por ustedes inicialmente. Con el cronómetro, midan cuántos segundos tardan en llegar a la meta. Luego, calculen la velocidad (dividiendo la distancia por el tiempo) de cada corredor en la tabla.

Corredor (n°)	1	2	3	4	5
Velocidad (m/s)	<input type="text"/> = <input type="text"/>				

Corredor (n°)	6	7	8	9	10
Velocidad (m/s)	<input type="text"/> = <input type="text"/>				

d. Organicen la información recogida en la tabla y construyan el gráfico de dispersión correspondiente.

Masa corporal (kg)	Velocidad (m/s)	Masa corporal (kg)	Velocidad (m/s)

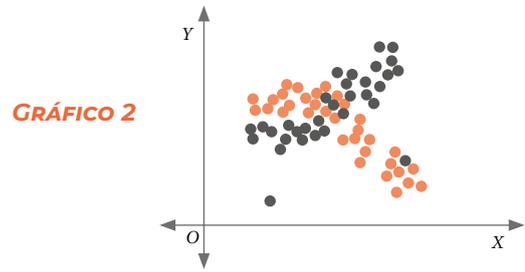
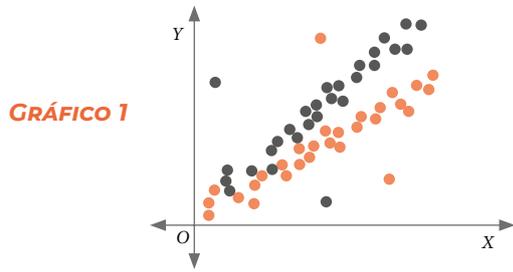


e. Comparen la hipótesis que se plantearon al inicio con los resultados y expliquen si es verdadera.

f. Expongan sus resultados al resto de sus compañeros y compárenlos con los de los otros equipos.

Comparación de dos poblaciones

1. Para cada una de las nubes de puntos, realiza lo siguiente.

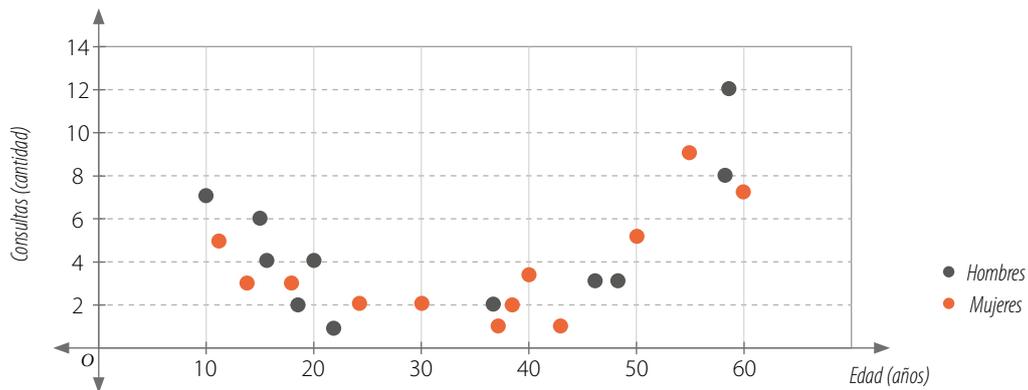


- Traza una línea de regresión que describa sus tendencias.
- Elabora una conclusión sobre la relación de las variables en cada gráfico.

GRÁFICO 1: _____

GRÁFICO 2: _____

2. En un hospital se registró la edad de 12 mujeres y 12 hombres que fueron atendidos y la cantidad de consultas que cada uno hizo en el último año. Los resultados se observan en el diagrama de puntos.



- Escribe una conclusión sobre la relación de las variables **Edad** y **Cantidad de consultas** en un año en la población femenina.

- Escribe una conclusión sobre la relación de las variables **Edad** y **Cantidad de consultas** en un año en la población masculina.

- ¿Existe diferencia en los resultados obtenidos entre los hombres y las mujeres? Explica.

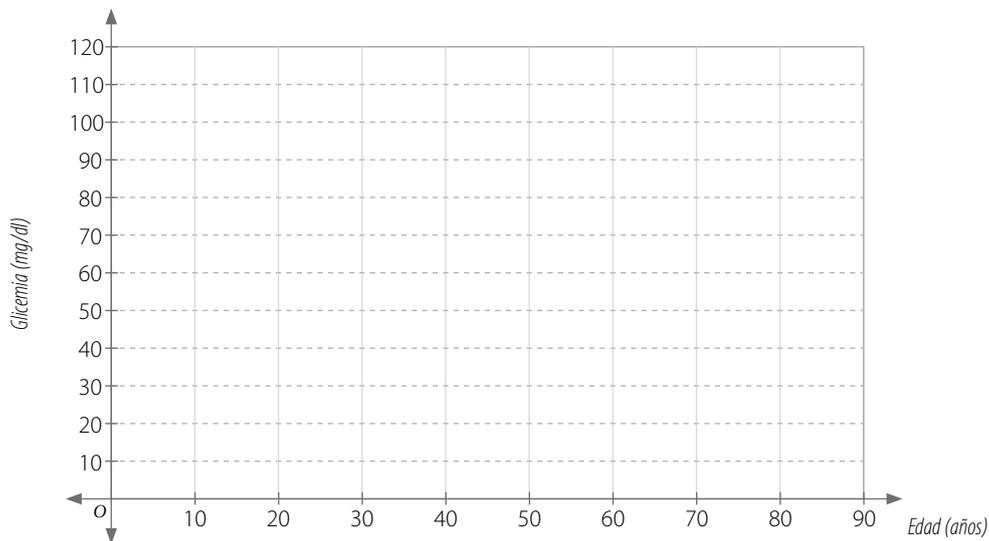
3. Analiza la siguiente situación.

En una sala de urgencias se midió la glicemia a 14 hombres y 14 mujeres para verificar si existía alguna relación entre esta variable y la edad. Los resultados de la medición se muestran en la siguiente tabla:

Mujeres			
Edad (años)	Glicemia (mg/dl)	Edad (años)	Glicemia (mg/dl)
32	76	32	70
39	96	27	88
22	72	32	96
31	76	60	90
42	92	50	75
38	106	25	80
37	76	45	75

Hombres			
Edad (años)	Glicemia (mg/dl)	Edad (años)	Glicemia (mg/dl)
53	92	59	102
46	84	52	93
45	88	52	74
25	70	44	106
28	89	43	100
30	75	62	95
37	90	44	74

- a. Grafica los puntos que corresponden a la relación entre la **Edad** y la **Glicemia** en mujeres y en hombres utilizando distintos colores.



- b. Escribe una conclusión sobre la relación de las variables **Edad** y **Glicemia** en la población femenina.

- c. Escribe una conclusión sobre la relación de las variables **Edad** y **Glicemia** en la población masculina.

- d. ¿Existe diferencia en los resultados obtenidos entre **hombres** y **mujeres**? Explica.

- e. ¿Qué correlación presentan los datos en general? Justifica tu respuesta.

4.  **SALUD** Examinen el siguiente caso y respondan lo solicitado.

En las tablas que se muestran a continuación se presenta el índice de masa corporal (IMC) de una muestra de hombres y mujeres de entre 20 y 60 años de edad.

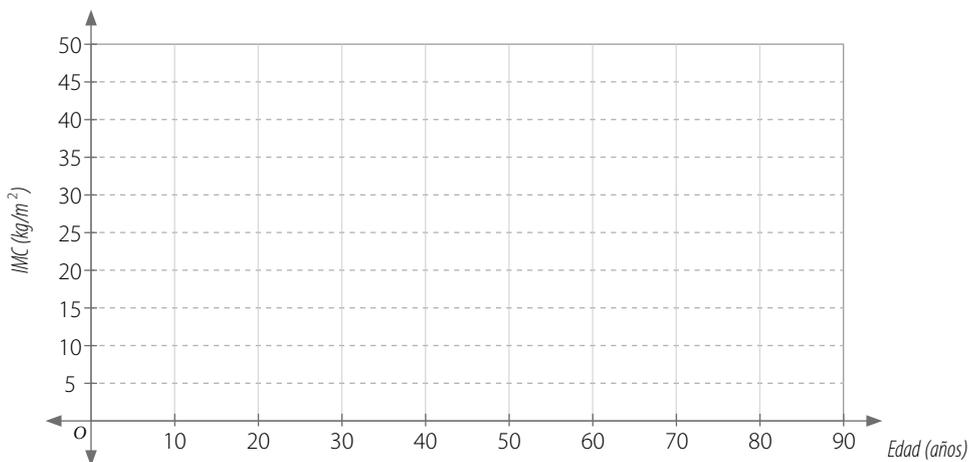
Mujeres			
Edad (años)	IMC (kg/m ²)	Edad (años)	IMC (kg/m ²)
34	27	45	29
18	25	25	24
29	27	36	28
57	35	20	26
45	30	31	26
54	37	41	27

Hombres			
Edad (años)	IMC (kg/m ²)	Edad (años)	IMC (kg/m ²)
23	19	39	24
25	26	40	22
28	21	32	24
51	27	33	20
44	23	19	20
58	15	51	28

El *índice de masa corporal (IMC)* es uno de los métodos más usados para identificar si una persona tiene exceso de masa corporal. Este índice es la razón que existe entre la masa corporal medida en kilogramos y el cuadrado de la estatura medida en metros.

$$IMC = \frac{\text{masa corporal (kg)}}{\text{estatura}^2 \text{ (m}^2\text{)}}$$

- a. Grafiquen los puntos que corresponden a la relación entre la **Edad** y el **IMC** en mujeres y en hombres utilizando distintos colores.



- b. Tracen una línea que separe ambas distribuciones.
- c. ¿Existe algún dato que pueda considerarse aislado o atípico? Expliquen.

- d. Escriban una conclusión sobre la relación **IMC – Edad** en hombres y mujeres a partir de las nubes de puntos que construyeron.

Mujeres: _____

Hombres: _____

- e. Describan el conjunto de datos en general. ¿Existe correlación lineal?

5.  Reflexionen acerca de la siguiente situación y respondan.

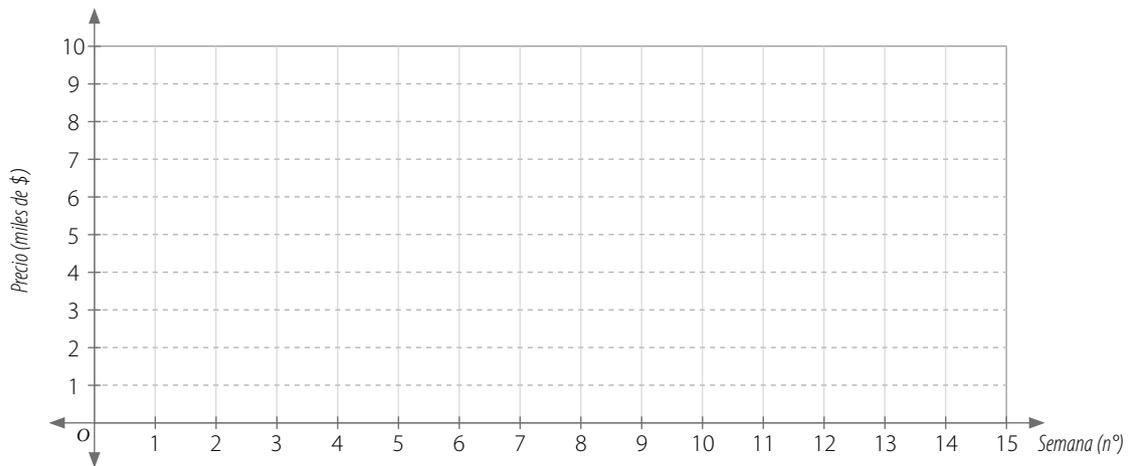
El mercado bursátil o accionario es un mecanismo mediante el cual los dueños de grandes empresas dan la posibilidad a otras personas para que sean parte de ella a través de la compra de sus acciones para así obtener mayores recursos y poder realizar inversiones.

La tabla muestra los índices del precio de las acciones de dos empresas diferentes en el transcurso de las últimas catorce semanas.

Empresa 1			
Sem. (n°)	Precio (miles de \$)	Sem. (n°)	Precio (miles de \$)
1	9	8	5
2	8	9	4
3	6	10	5
4	9	11	6
5	6	12	4
6	7	13	5
7	6	14	6

Empresa 2			
Sem. (n°)	Precio (miles de \$)	Sem. (n°)	Precio (miles de \$)
1	5	8	6
2	4	9	5
3	3	10	6
4	4	11	7
5	5	12	6
6	6	13	7
7	6	14	7

- a. Grafica los puntos que corresponden al índice de precio de las acciones por semana de la **Empresa 1** y de la **Empresa 2** utilizando distintos colores.



- b. Para cada nube de puntos, traza una recta que represente su tendencia.

- c. ¿Cómo es la tendencia del valor de las acciones de la **Empresa 1**?

- d. ¿Cómo es la tendencia del valor de las acciones de la **Empresa 2**?

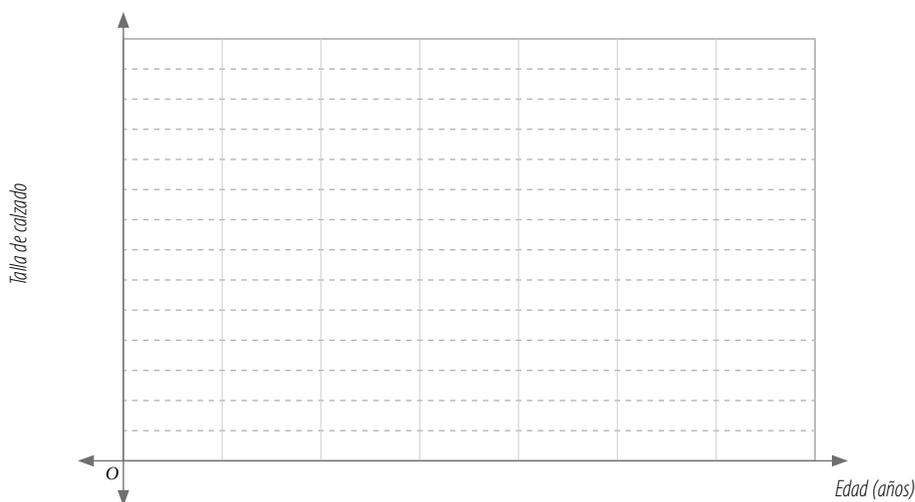
- e. ¿En cuál empresa invertirías tu dinero? Argumenta tu respuesta.

6. Completa la siguiente tabla. Para ello, encuesta brevemente a 14 compañeros de curso, siete mujeres y siete hombres, sobre su edad y la talla de calzado que utilizan.

Mujeres	Edad (años)							
	Talla calzado							

Hombres	Edad (años)							
	Talla calzado							

- a. Elabora una nube de puntos con los datos obtenidos.



- b. Elabora una conclusión de la posible relación entre ambas variables.

SÍNTESIS

En las páginas tratadas anteriormente has estudiado:

Análisis de poblaciones Páginas 112 a 116.

1. Si los valores de una variable aumentan y los de la otra disminuyen la correlación es

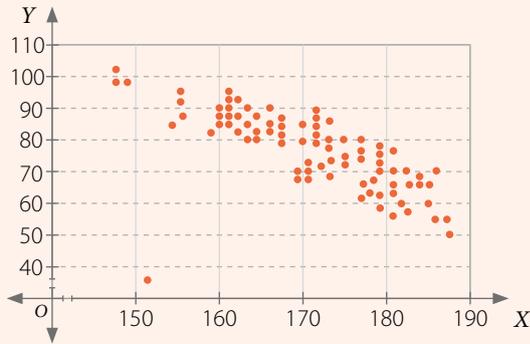
2. Si los valores de ambas variables aumentan o disminuyen simultáneamente, la correlación es

3. Si no es clara la relación entre las variables la correlación es _____.

Comparación de dos poblaciones Páginas 117 a 121.

4. La **nube de puntos** permite _____ **dos poblaciones** cuando se relacionan dos variables cuantitativas.

1. En el siguiente gráfico traza una línea recta y describe su comportamiento en cuanto a si la correlación es positiva o negativa, débil o fuerte y si existen puntos aislados.



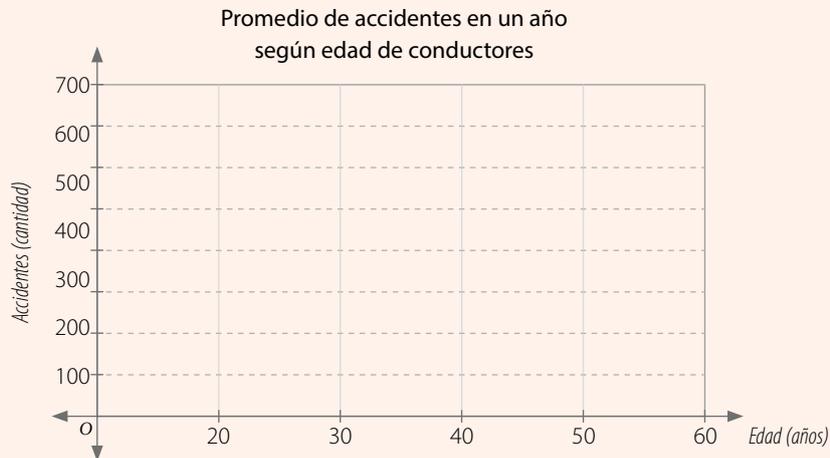
2. Analiza el siguiente problema y responde lo solicitado.

Una de las variables que toman en cuenta las empresas de seguro para establecer el precio de sus pólizas de seguro automotor es la edad del conductor. Para esto, consideran el número de accidentes que ocurren y la edad. En las siguientes tablas se muestra el promedio de accidentes ocurridos en una ciudad durante un año y la edad de los conductores, separados en hombres y mujeres.

Hombres	Edad (años)	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57
	Accidentes (cantidad)	227	470	500	600	620	620	590	500	450	410	380	300	250	300

Mujeres	Edad (años)	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57
	Accidentes (cantidad)	89	244	297	349	373	380	350	340	300	270	230	200	180	150

- a. Grafica la nube de puntos de la edad y el número de accidentes en hombres y en mujeres utilizando distintos colores.

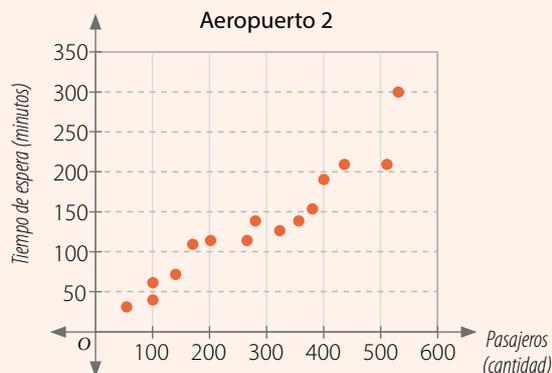
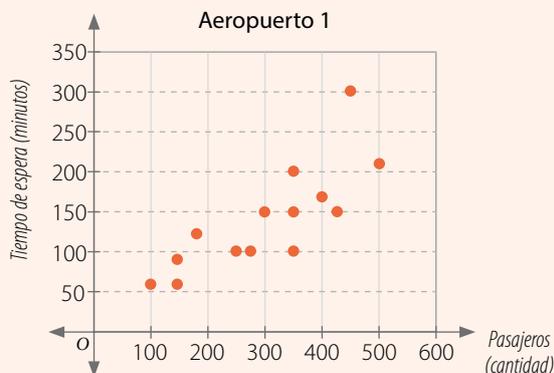


- b. ¿Qué tipo de relación lineal se puede establecer entre la edad y la cantidad de accidentes?

- c. ¿Cambia el tipo de relación si el conductor es hombre o mujer?

- d. ¿En cuál tramo de edad se observa mayor cantidad de accidentes?

3.  **Analicen** los siguientes gráficos. Estos muestran los datos tomados en dos aeropuertos diferentes sobre el número de pasajeros que llegan por hora y el tiempo total de espera en minutos.



- Para cada nube de puntos, tracen una línea recta que represente la tendencia de los datos.
- Describan el comportamiento de los datos en el **Aeropuerto 1** en cuanto a si la correlación es positiva o negativa, débil o fuerte.

- Describan el comportamiento de los datos en el **Aeropuerto 2** en cuanto a si la correlación es positiva o negativa, débil o fuerte.

- Comparen las nubes de puntos y respondan. ¿Cuál de los dos aeropuertos presenta un servicio más regular en cuanto al tiempo de espera? Justifiquen.

¿CÓMO SIGUES AVANZANDO?

RETROALIMENTACIÓN

Responde con una actitud crítica considerando tu desempeño a lo largo de la lección.

- ¿Cómo las rectas de regresión en las nubes de puntos permiten extraer conclusiones? Justifica.

- Al analizar una nube de puntos de dos poblaciones, ¿qué dificultades se te presentaron?

Plantea una investigación en la que utilices la correlación de datos.

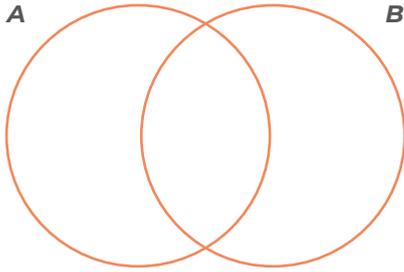
¿Qué tema de los estudiados en la lección consideras que debes repasar?

REGLAS DE LA PROBABILIDAD

Unión e intersección de eventos

1. Representa en un diagrama de Venn los conjuntos que se muestran en cada caso.

a. $A = \{2, 4, 8, 16, 32, 64\}$ y $B = \{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$.

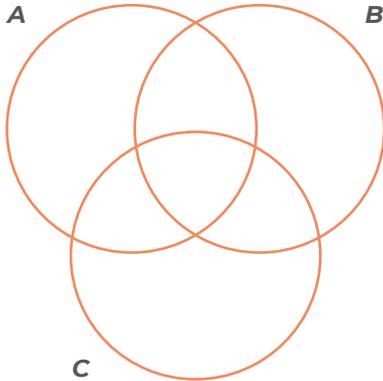


RECURSO WEB

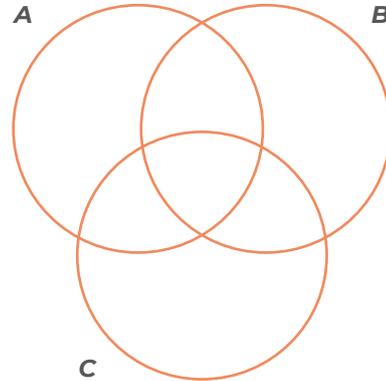
Para practicar o profundizar más en el uso de diagramas de Venn para representar la unión e intersección de eventos, puedes usar el recurso interactivo de GeoGebra Unión e intersección de eventos en el siguiente sitio: <https://n9.cl/3b67t>



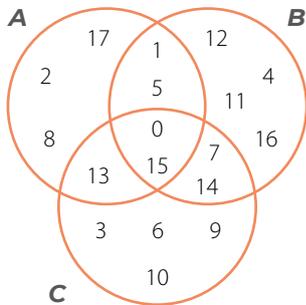
b. $A = \{2, 6, 10, 30\}$, $B = \{6, 9, 12, 15, 30\}$ y $C = \{10, 15, 20, 25, 30\}$



c. $A = \{3, 5, 7, 9, 11\}$, $B = \{0, 10, 20, 30\}$ y $C = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12\}$



2. Examina el siguiente diagrama de Venn y escribe los elementos de los conjuntos solicitados.



a. $A = \{ \text{_____} \}$

b. $B = \{ \text{_____} \}$

c. $C = \{ \text{_____} \}$

d. $A \cup B = \{ \text{_____} \}$

e. $B \cup C = \{ \text{_____} \}$

f. $A \cup C = \{ \text{_____} \}$

g. $A \cap B = \{ \text{_____} \}$

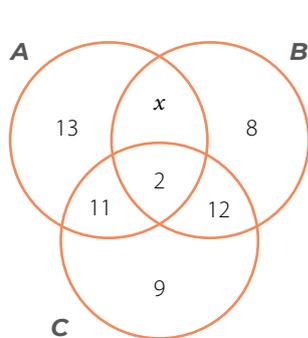
i. $C \cap B = \{ \text{_____} \}$

h. $C \cap A = \{ \text{_____} \}$

j. $A \cap B \cap C = \{ \text{_____} \}$

3. Analiza la siguiente situación y responde.

Se encuestó a 60 personas acerca de sus preferencias deportivas: fútbol (**A**), básquetbol (**B**) y tenis (**C**). Sus respuestas se resumen en el siguiente diagrama de Venn:



- a. ¿Cuál es el valor de x ?
- b. ¿Cuántas personas prefieren el fútbol?
- c. ¿Cuántas personas prefieren el fútbol o el tenis?
- d. ¿Cuántas personas prefieren solo el básquetbol?
- e. ¿Cuántas personas prefieren el básquetbol y el tenis?

4. Representa en un diagrama de Venn la información que se describe en cada caso y responde.

a. Un grupo de 25 alumnos juegan fútbol o básquetbol. Si 11 solo juegan fútbol y 8 fútbol y básquetbol, ¿cuántos juegan solo básquetbol?

alumnos.

c. De 100 personas encuestadas, 20 señalan que solo realizan pago en efectivo y 50 que solo pagan con tarjeta de débito. ¿Cuántas personas pagan usando ambos medios?

personas.

b. De 80 estudiantes, 38 obtuvieron un siete en Matemática, 35 en Lenguaje, 5 lograron un siete en las tres asignaturas, 15 en Inglés y Lenguaje, 20 en Matemática e Inglés y 8 en Matemática y Lenguaje. ¿Cuántos estudiantes sacaron un 7 en Inglés?

estudiantes.

d. En una caja hay 100 bolas. Del total, 10 son tricolor, 12 son rojas y azules, 8 rojas y verdes, 10 verdes y azules, 15 son azules y 25 verdes. ¿Cuántas bolas en total son de color rojo?

En total hay bolas de color rojo.

5. **Analiza, y luego responde.**

Se encuestó a 50 estudiantes preguntándoles si prefieren ir al cine o jugar. Los resultados fueron los siguientes: a 15 estudiantes les gusta jugar e ir al cine, a 40 les gusta jugar y a 25 les gusta ir al cine.

- a. Representa en un diagrama de Venn los resultados de la encuesta.

- b. ¿Cuántos estudiantes prefieren jugar, pero no ir al cine?
- c. ¿A cuántos estudiantes les gusta solo ir al cine?
- d. ¿Cuál es la probabilidad de que a un niño le guste solo ir al cine?
- e. ¿Cuál es la probabilidad de que un niño prefiera ambas actividades?
- f. ¿Cuál es la probabilidad de que a un niño le guste solo jugar?

6.  En el siguiente diagrama se representan tres eventos, **A**, **B** y **C**, de un experimento aleatorio. **Analicen la información y respondan.**

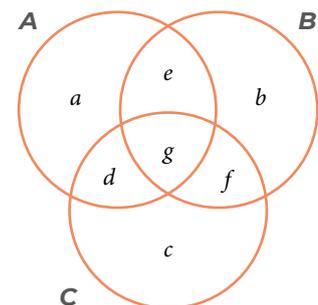
- a. Al unir los eventos **A**, **B** y **C**, ¿qué elementos en el diagrama se están contabilizando más de una vez?

- b. Al unir los eventos **A**, **B** y **C**, ¿qué elemento en el diagrama se contabiliza más de dos veces?

- c. ¿Qué elementos forman el espacio muestral?

- d. ¿Cuánto es $P(A \cup B)$?

- e. ¿Cuánto es $P(A \cap B \cap C)$?



7. Resuelve los siguientes problemas y representa la información en un diagrama de Venn.

a. En una encuesta aplicada a 50 científicos que asistieron a un foro internacional sobre ciencias aplicadas se encontró que 25 de ellos estudiaron matemática, 23 estudiaron física, 13 estudiaron matemática y física, y el resto estudió solo química. Posteriormente se sorteó una beca para un curso de aplicaciones científicas entre todos los asistentes.

- ¿Cuál es la probabilidad de que la persona becada sea un matemático?

- ¿Cuál es la probabilidad de que sea un físico?

- ¿Cuál es la probabilidad de que sea físico o matemático?

- ¿Cuál es la probabilidad de que no sea físico?

- ¿Cuál es la probabilidad de que sea un químico?

DIAGRAMA DE VENN

b. En un experimento aleatorio que consiste en tomar una de 15 bolitas numeradas del 1 al 15 se definen los siguientes eventos: se extrae un número par (A), se extrae un número impar (B), se extrae un número múltiplo de tres (C).

- ¿Existe algún elemento en $A \cap B \cap C$? Justifica.

- ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra A ?

- ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra B ?

- ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra C ?

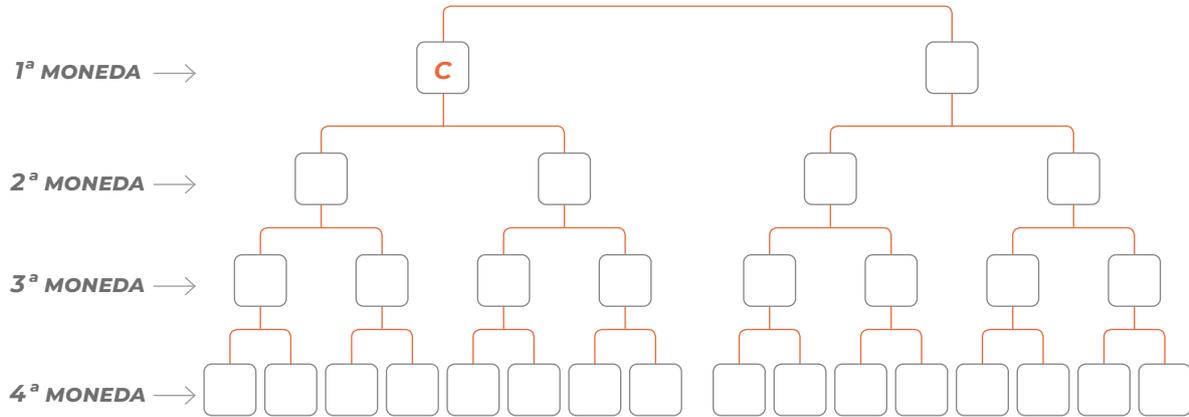
- ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra $A \cup C$?

- ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra $B \cup C$?

DIAGRAMA DE VENN

Regla aditiva de la probabilidad

1. Completa el diagrama de árbol para representar el espacio muestral de lanzar cuatro monedas honestas.



a. ¿Se puede decir que cada resultado es equiprobable? Justifica tu respuesta.

b. Considera el evento A , en el que en todas las monedas se obtuvo cara, y el evento B , en el que todas resultaron sello. Escribe las siguientes probabilidades usando la regla de Laplace.

• $P(A) =$

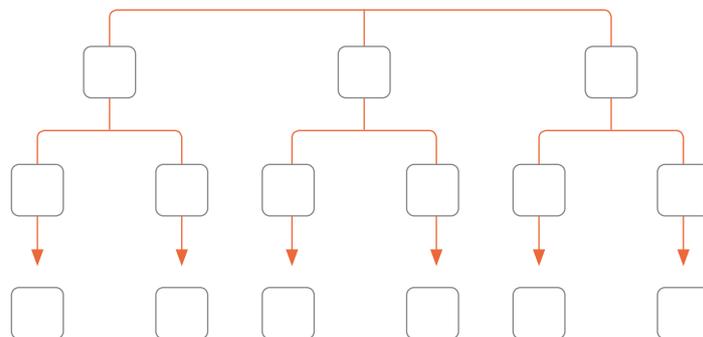
• $P(B) =$

• $P(A \cup B) =$

2. Analiza el siguiente experimento aleatorio:

José recibe tres tarjetas con las letras A , C y E impresas para que forme palabras con ellas sin importar si tienen o no sentido.

a. Representa los resultados en el diagrama de árbol.



b. Usa la regla de Laplace y escribe las siguientes probabilidades:

• Que la palabra empiece con la letra A o C .

• Que la palabra termine con la letra C .

• Que la palabra empiece o termine con la letra E .

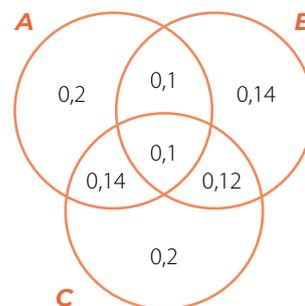
3. En el diagrama se indica la probabilidad de cada evento. Calcula las siguientes probabilidades:

a. $P(A \cup B)$

c. $P(B \cup C)$

b. $P(A \cup C)$

d. $P(A \cup B \cup C)$



4. La siguiente tabla presenta los resultados de una encuesta realizada a un grupo de 160 estudiantes sobre el colegio y el nivel que están cursando:

Colegio / Nivel	1° medio	2° medio	3° medio
Colegio A	18	12	15
Colegio B	16	27	22
Colegio C	10	16	24

Si se elige un estudiante al azar, calcula:

a. La probabilidad de que estudie en el Colegio A.

d. La probabilidad de que esté en 1° medio o 3° medio.

b. La probabilidad de que esté en 2° medio.

e. La probabilidad de que estudie en el colegio C o esté en 1° medio.

c. La probabilidad de que estudie en el Colegio B o C.

f. La probabilidad de que no estudie en el colegio C ni esté en 1° medio.

PROYECTO ¿Cuál es la red social favorita?

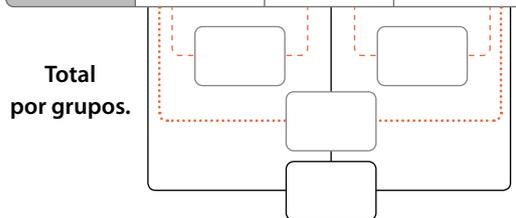
6.  Organicen un equipo de trabajo de dos o tres estudiantes y realicen lo siguiente:

a. Seleccionen una población para estudiar. Por ejemplo, un curso específico del colegio.

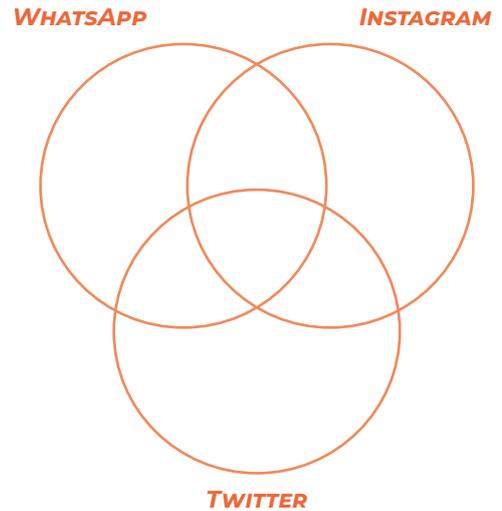
¿Qué población van a estudiar? _____

b. Pregunten a 25 personas: ¿A cuál de las siguientes redes sociales le dedica más de dos horas al día? (Anoten las respuestas marcando una **X**)

Persona	WhatsApp	Instagram	Twitter
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			
21			
22			
23			
24			
25			
Total			



c. Representen en el siguiente diagrama de Venn la información obtenida:



d. Planteen dos preguntas relacionadas con sus resultados y que se puedan responder aplicando la regla aditiva de la probabilidad.

- _____

- _____

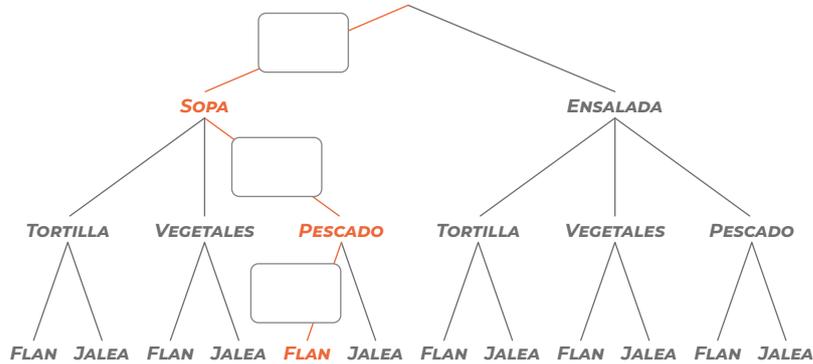
e. Propongan a otro grupo que responda las preguntas planteadas y luego corrijan sus resultados.

← *Calculen el total de respuestas obtenidas según corresponda en cada recuadro.*

Regla multiplicativa de la probabilidad

1. Un restaurante ofrece en su menú las siguientes opciones:

- a. Escribe en el diagrama de árbol la probabilidad que corresponde, en cada caso, a la selección del menú.



MENÚ

ENTRADAS:
SOPA O ENSALADA

PLATO DE FONDO:
TORTILLA, VEGETALES O PESCADO

POSTRE:
FLAN O JALEA

- b. Si una persona elige al azar cada uno de ellos, ¿cuál es la probabilidad de que su elección sea sopa, pescado y flan?

2. Construye un diagrama de árbol con las posibles claves que se pueden crear con los dígitos 1, 2, 3 y 4 sin repetir ningún número.

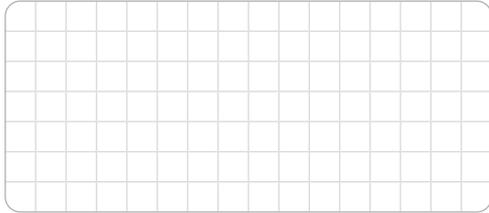
- a. Si se selecciona una clave al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea 1234?

- b. Si se selecciona una clave al azar, ¿cuál es la probabilidad de que inicie con 4 y termine en 1?

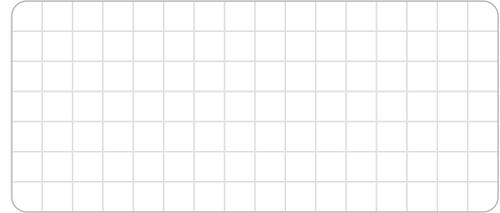
5. Resuelve los siguientes problemas.

a. De una tómbola con seis bolitas numeradas del 1 al 6, se extraen dos bolitas al azar, sin reposición.

- ¿Cuál es la probabilidad de que el número formado sea 61?

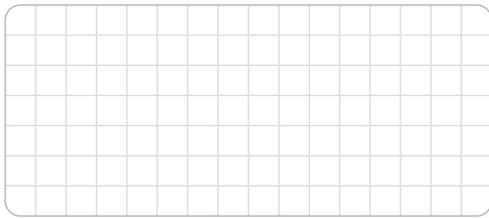


- ¿Cuál es la probabilidad de que ambos números sean pares?

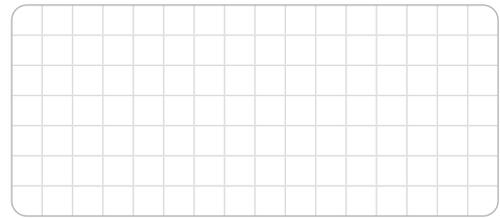


b. La probabilidad de que llueva durante la semana es de 35%, y se sabe que la probabilidad de que el personal de una empresa llegue con retraso cuando llueva es de un 10% y cuando hay buen tiempo es de un 2%.

- ¿Cuál es la probabilidad de que llueva y el personal no llegue tarde?



- ¿Cuál es la probabilidad de que el personal llegue retrasado?



c. En un estudio realizado a un grupo de familias se estableció que la probabilidad de elegir a una al azar que tenga automóvil es del 26%; la probabilidad de que la familia haya viajado fuera de la ciudad en las últimas vacaciones es de 42%, y la probabilidad de que tenga automóvil o haya viajado en las vacaciones es de 50%. Calcula la probabilidad de que al escoger una de las familias al azar tenga automóvil y haya viajado en las vacaciones.

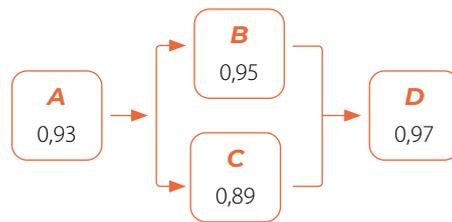


d. De cada 100 artículos que se fabrican en una industria, 96 están en buen estado. Se seleccionarán aleatoriamente 3 artículos de una muestra de 100. La forma en que se hará es la siguiente: el primer artículo es extraído, observado y regresado a la muestra, para luego extraer el segundo artículo, observarlo y regresarlo a la muestra, para finalmente extraer el tercero. ¿Cuál es la probabilidad de que el primer artículo esté en mal estado, el segundo en buen estado y el tercero en mal estado?



6.  **ACTIVIDAD DE PROFUNDIZACIÓN** Analicen el siguiente planteamiento y respondan.

En el diagrama se muestra la probabilidad de funcionamiento de los componentes **A**, **B**, **C** y **D** de un sistema eléctrico, los cuales fallan de forma independiente. Para que el sistema funcione, deben trabajar los componentes **A** y **D**, y al menos uno de los componentes **B** o **C**.



a. ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema solo funcione con los componentes **A**, **B** y **D**?

b. ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema solo funcione con los componentes **A**, **C** y **D**?

c. ¿Cuál es la probabilidad de que funcionen todos los componentes a la vez?

SÍNTESIS

En las páginas tratadas anteriormente has estudiado:

Unión e intersección de eventos Páginas 124 a 127.

Dados dos eventos **A** y **B**:

- La _____ es el conjunto $(A \cup B)$ en el que cada elemento pertenece a **A** o pertenece a **B**.
- La _____ es el conjunto $(A \cap B)$ en el que cada elemento pertenece a **A** y pertenece a **B**.

Regla aditiva de la probabilidad Páginas 128 a 131.

La probabilidad de que ocurra el evento **A** o el evento **B** se calcula por:

3. Si los eventos son disjuntos:

$$P(A \cup B) = \text{[]}$$

4. Si los eventos no son disjuntos:

$$P(A \cup B) = \text{[]}$$

Regla multiplicativa de la probabilidad Páginas 132 a 135.

La probabilidad de que ocurra el evento **A** o el evento **B** se calcula por:

5. Si los eventos son independientes:

$$P(A \cap B) = \text{[]}$$

6. Si los eventos son dependientes:

$$P(A \cap B) = \text{[]}$$

3. Resuelve los siguientes problemas y responde.

- a. En un taller de matemática que consta de dos ejercicios, la probabilidad de resolver correctamente alguno de los dos es de 0,53. La probabilidad de resolver solo el primer ejercicio es de 0,22 y la probabilidad de resolver solo el segundo es de 0,19. Si se elige al azar un estudiante que haya realizado el taller:

- ¿Son independientes los eventos? Justifica.

- ¿Cuál es la probabilidad de que haya resuelto correctamente ambos ejercicios?

- ¿Cuál es la probabilidad de que no haya resuelto correctamente ningún ejercicio?

- b. La probabilidad de que ocurra un suceso A es $\frac{1}{7}$, la probabilidad de que ocurra un suceso B es $\frac{3}{4}$ y la probabilidad de ocurrencia de la intersección de ambos sucesos es $\frac{1}{100}$. Calcula:

- La probabilidad de que no ocurra ni A ni B .
- La probabilidad de que ocurra A o B .

¿CÓMO SIGUES AVANZANDO?

RETROALIMENTACIÓN

Responde con una actitud crítica considerando tu desempeño a lo largo de la lección.

- ¿Cómo se relacionan las propiedades de la unión, intersección y los diagramas de árbol? Explica

- ¿Qué estrategias nuevas utilizaste para resolver problemas de probabilidad? Descríbelas.

- ¿Cómo el uso de las fórmulas simplifica el cálculo de probabilidades? Explica.

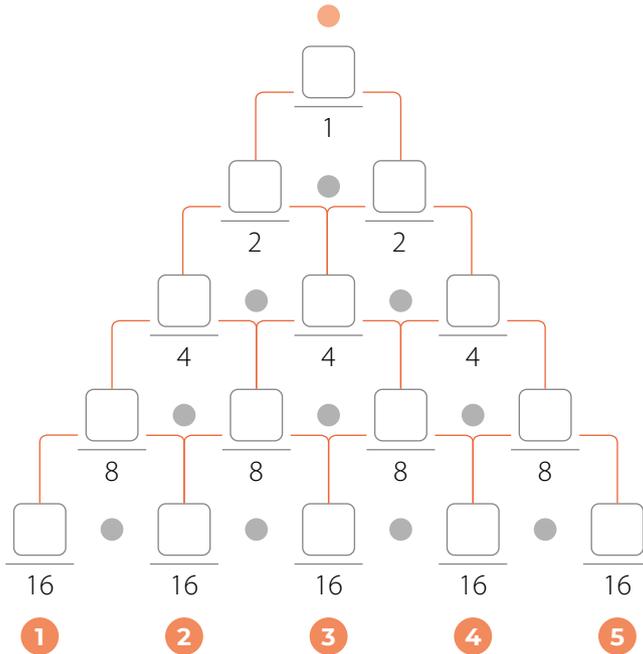
Plantea una situación que pueda ser representada por un diagrama de árbol.

¿Qué tema de los estudiados en la lección consideras que debes repasar?

COMPORTAMIENTO ALEATORIO

Tabla de Galton y paseos aleatorios

1. El siguiente diagrama representa los posibles recorridos de una bolita en una tabla de Galton de cuatro niveles. Completa con el numerador que corresponde a la probabilidad en cada caso.



RECURSO WEB

Para conocer o profundizar más el uso de la tabla de Galton puedes visualizar el recurso interactivo de GeoGebra *Tabla virtual de Galton* en el siguiente sitio: <https://n9.cl/4akj>



2. Basado en el diagrama de árbol del ítem 1., responde las siguientes preguntas.

a. ¿Cómo se incrementa el número de caminos favorables (numerador) en la tabla de Galton al aumentar cada nivel?, Explica.

b. ¿Cuál es la salida que presenta mayor posibilidad de ser alcanzada por la bolita?, ¿por qué?

c. ¿Cuál es la probabilidad de que la bolita alcance la salida 5?

d. ¿Cuán probable es que logre una salida par?

e. ¿Cuán probable es que logre una salida impar?

3. **Construye** el diagrama de árbol para representar los posibles caminos que puede recorrer una bolita en una tabla de Galton con 5 niveles, es decir, con 5 filas de clavos: la primera con un clavo, la segunda con dos, y así sucesivamente.

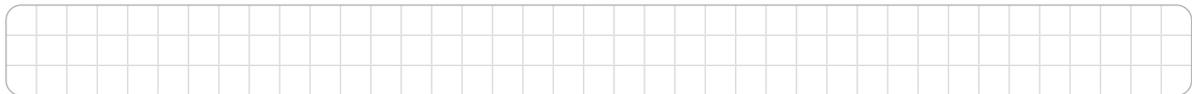


4.  A partir del diagrama de árbol de la actividad 3., respondan:

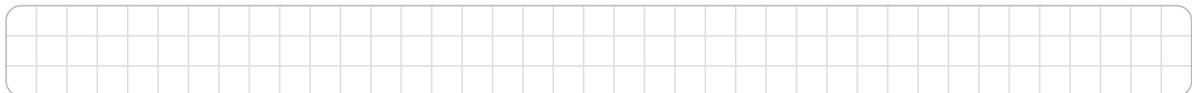
a. ¿Cuántos caminos diferentes puede seguir la bolita?

b. ¿Cómo se relaciona la cantidad de caminos con las potencias de base 2?

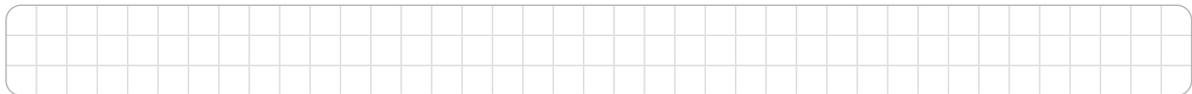
c. ¿Cuál es la probabilidad de que una bolita alcance la primera o la última salida?



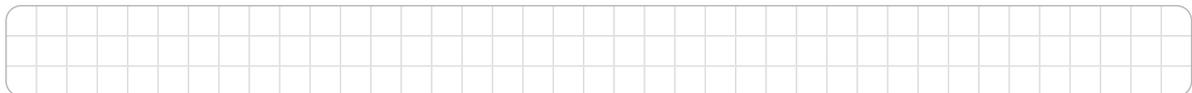
d. ¿Cuál es la probabilidad de que una bolita alcance la segunda o la penúltima salida?



e. ¿Cuál es la probabilidad de que una bolita alcance la tercera o la cuarta salida?



f. ¿Cuál es la probabilidad de que una bolita alcance la cuarta salida?

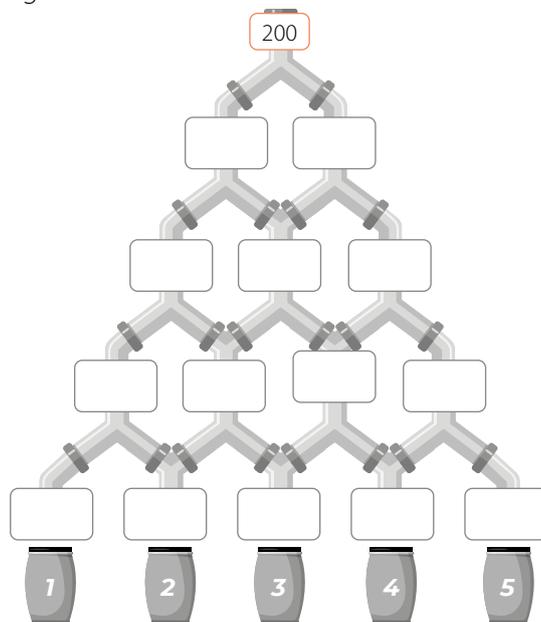


g. ¿Cuál de las salidas tiene mayor probabilidad de recibir la bolita?, ¿por qué?

6.  **Analicen el siguiente problema y discutan lo solicitado en cada caso.**

Una red de distribución de agua está conectada de forma tal que en cada bifurcación se distribuye un 50% de su contenido a cada lado.

- a. Completen el diagrama con la cantidad de agua que circula en cada tubería o camino si inicialmente se distribuyen 200 L de agua.



- b. Expresen porcentualmente la cantidad de litros que llegan a los siguientes recipientes:

RECIPIENTE 1

%

RECIPIENTE 2

%

RECIPIENTE 3

%

RECIPIENTE 4

%

RECIPIENTE 5

%

- c. ¿Qué recipientes tienen mayor posibilidad de llenarse primero? Expliquen.

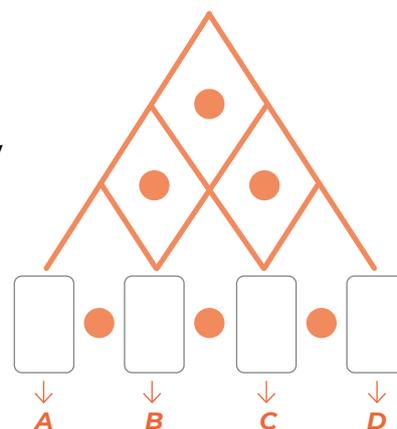
- d. Los recipientes 1 y 5 juntos, ¿recibirán más agua que el tercer recipiente?, ¿por qué?

- e. Los recipientes 2 y 5 juntos, ¿recibirán más agua que el tercer recipiente?, ¿por qué?

- f. Los recipientes 2 y 4 juntos, ¿recibirán más agua que el tercer recipiente?, ¿por qué?

- g. ¿Creen que es conveniente la construcción de una red de distribución como esta para suministrar agua a una ciudad o comuna? Expliquen.

8. **ACTIVIDAD DE PROFUNDIZACIÓN** El siguiente diagrama de árbol representa los posibles recorridos en un experimento donde hay cuatro opciones de salida.



- a. Completa el diagrama. Para ello, escribe la probabilidad de llegar a cada salida: **A**, **B**, **C** o **D**.
- b. Si se repite el experimento 120 veces, ¿en cuántas oportunidades se llegará a cada salida probablemente?

SALIDA A veces.

SALIDA C veces.

SALIDA B veces.

SALIDA D veces.

c. ¿A cuáles salidas es más probable llegar? Explica.

d. Calcula la probabilidad de llegar a las salidas **A** o **D**.

f. Calcula la probabilidad de llegar a las salidas **B** o **C**.

e. Calcula la probabilidad de llegar a las salidas **A** o **B**.

g. Calcula la probabilidad de llegar a las salidas **A**, **B** o **D**.

h. ¿Es más probable llegar a la salida **A** o a la **D**? ¿Por qué?

2. Analiza el siguiente experimento, y luego realiza lo pedido.

Se lanza un dado. Si se obtiene un número par, se introduce una bolita verde a una caja vacía, y si se obtiene un número impar, se introduce una bolita roja.

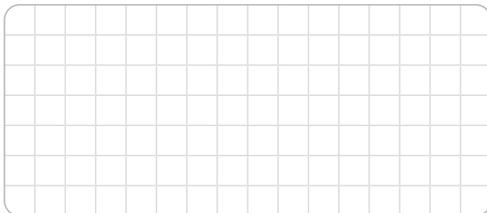
- a. Dibuja el diagrama de árbol para el experimento si se lanza el dado 4 veces.



- b. Describe el espacio muestral asociado a las bolitas que se introducen en la caja.

- c. Calcula la probabilidad de que en la caja se encuentren:

- Tres bolitas verdes y una roja.



- Dos bolitas verdes y dos rojas.



- Una bolita verde y tres rojas.



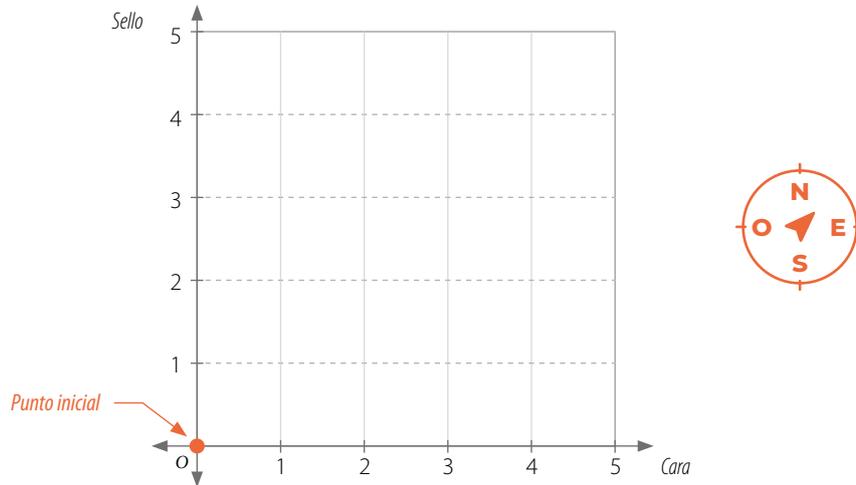
- Cuatro bolitas de un solo color.



3. Analiza la siguiente situación y responde.

Una persona realiza el siguiente experimento: se para en un punto inicial y lanza una moneda al aire. Si sale cara, la persona avanza un paso al este, y en caso de sello, la persona da un paso al norte.

- a. Ubica en el plano todos los puntos posibles a los que podría llegar la persona en el caso de que lanzara 5 veces la moneda.



- b. ¿Cuántos caminos diferentes puede recorrer la persona con los resultados obtenidos al lanzar la moneda cinco veces?

- c. ¿Cuál es la probabilidad de que llegue al punto (5, 0)?

- d. ¿Cuál es la probabilidad de que llegue al punto (2, 3)?

- e. ¿A qué punto llegan los caminos que resultan de las siguientes secuencias de resultados: S-S-C-C-C y C-S-C-S-C? ¿Cuántos resultados llegan al mismo punto?

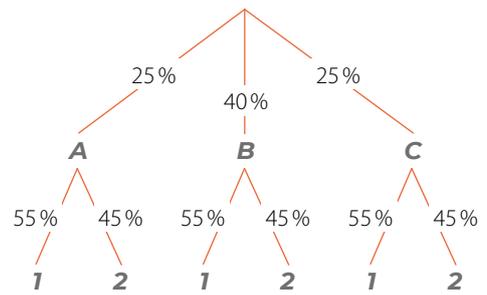
- f. ¿Cuántos caminos diferentes permiten dar un paso al este y cuatro al norte?

- g. Según los resultados del experimento y sus probabilidades después de varios intentos, ¿cómo debería ser el comportamiento de la persona respecto de su posición?

- h. Si al lanzar la moneda cuatro veces el resultado es S-S-S-C, ¿en qué par ordenado del plano cartesiano se encuentra la persona? ¿Qué otros resultados pueden llegar al mismo punto?

5. Resuelve los siguientes problemas y responde:

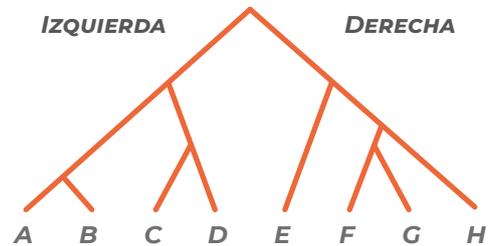
- a. Para ir al colegio, Marcelo puede tomar tres micros diferentes, **A**, **B** o **C**. Luego, debe caminar por cualquiera de dos calles, **1** o **2**. En el diagrama de árbol se muestran las probabilidades de los caminos que puede elegir para ir de su casa al colegio.



- ¿Cuál es la probabilidad de que Marcelo tome el camino **A1** o el **C2**?

- ¿Cuál es la probabilidad de que Marcelo tome el camino **A2** o el **C1**?

- b. Al salir del colegio, un grupo de 100 estudiantes pueden seguir varios caminos, **A**, **B**, **C**, **D**, **E**, **F**, **G**, o **H**, según sus preferencias y destinos a los que se dirigen, como se muestra en el diagrama de árbol. Si se sabe que en cada bifurcación un tercio de los estudiantes decide ir a la izquierda y dos tercios deciden ir a la derecha, responde.



- ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante llegue a los destinos **A** o **B**?

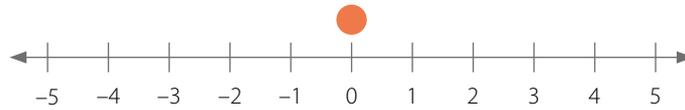
- ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante llegue a los destinos **C** o **H**?

- ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante llegue a los destinos **D** o **E**?

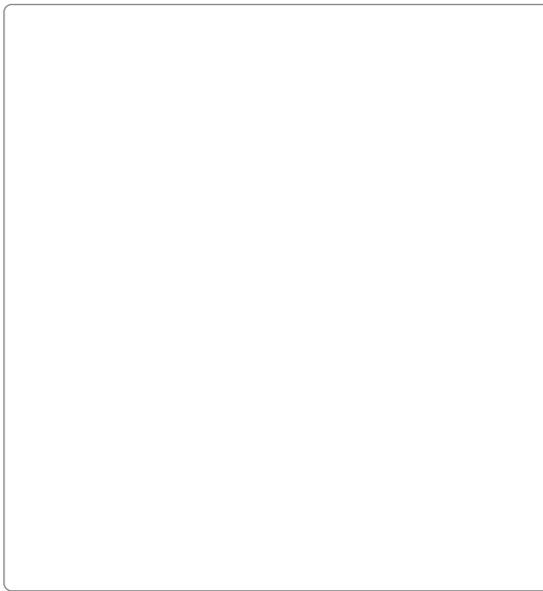
- ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante llegue a los destinos **F** o **G**?

6.  **Analicen la siguiente situación y resuelvan.**

En la recta numérica se sitúa una pelotita en el 0, como se observa en la imagen. Se realiza el siguiente experimento: se lanza una moneda al aire. Si sale cara, avanza la pelotita una posición hacia la derecha; si sale sello, avanza una posición hacia la izquierda.

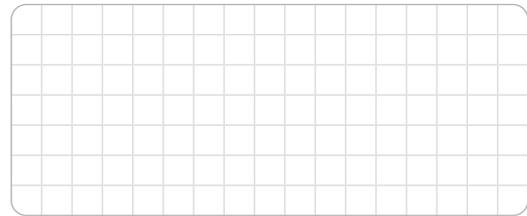


a. Dibujen el diagrama de árbol para el experimento si se lanza la moneda 3 veces.



A large, empty rectangular box with a thin black border, intended for drawing a tree diagram.

b. ¿Cuál es la probabilidad de que la pelotita termine en 1?



A rectangular grid with 10 columns and 5 rows, intended for calculating the probability.

c. ¿Cuál es la probabilidad de que la pelotita termine en 3 o en -3?



A rectangular grid with 10 columns and 5 rows, intended for calculating the probability.

SÍNTESIS

En las páginas tratadas anteriormente has estudiado:

Tabla de Galton y paseos aleatorios Páginas 138 a 143.

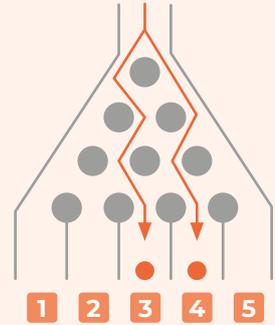
Dados dos eventos A y B :

1. La **tabla de Galton** permite reconocer el comportamiento de una distribución normal de un experimento aleatorio. Esta distribución presenta una forma acampanada, muchas bolitas en el _____ y muy pocas en los _____.
2. Un _____ es una caminata o un recorrido en el cual en cada paso o etapa se tienen varias opciones para continuar, pero no se tiene certeza de cuál se tomará.

Probabilidad en paseos aleatorios Páginas 144 a 149.

3. La regla _____ de la probabilidad se aplica para calcular la probabilidad de que suceda un recorrido A u otro recorrido B .
4. La regla _____ de la probabilidad se aplica para calcular la probabilidad de que suceda un recorrido A y otro recorrido B .

1. La imagen muestra una máquina de Galton con 4 filas de clavos y 5 salidas. Si cada vez que una bolita rebota en un clavo tiene una probabilidad de 50% de ir hacia la derecha y 50% de ir hacia la izquierda:



a. ¿Cuántos caminos posibles puede tomar la bolita?

b. ¿Cómo se relaciona la cantidad de caminos con las potencias de base 2?

c. ¿Cuál de las salidas tiene una mayor cantidad de caminos por los cuales la bolita puede llegar a ella?

d. Si se lanza una bolita, ¿puedes saber con certeza en qué casillero caerá?, ¿por qué?

e. Si se lanzan 80 bolitas, ¿cuántas deberían caer, en promedio, en cada salida?

SALIDA 1

SALIDA 2

SALIDA 3

SALIDA 4

SALIDA 5

f. ¿Qué salida tiene mayor probabilidad?

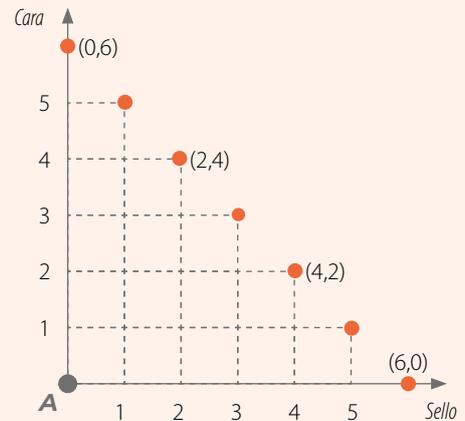
g. Si se agregan 3 filas más de clavos, ¿cuántos caminos crees que se pueden formar en total?

2. Analiza el siguiente experimento, y luego responde.

Se ubica una ficha en el punto $A(0, 0)$. Si se lanza una moneda y sale cara, la ficha se mueve un espacio hacia arriba, de lo contrario, se mueve hacia la derecha.

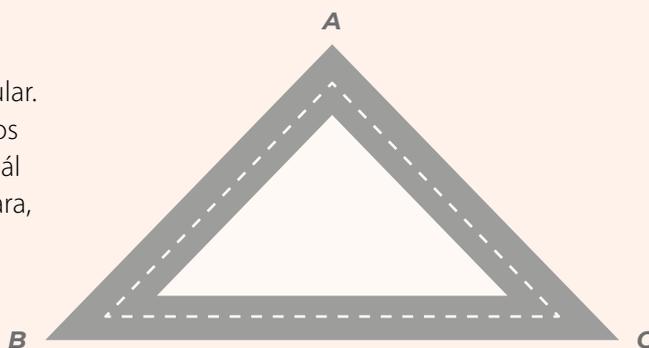
a. ¿Cuántos caminos diferentes llevan la ficha al punto $(0, 6)$?

b. ¿Cuántos caminos diferentes llevan la ficha al punto $(2, 4)$?



3. Resuelve el siguiente problema.

Una persona trota en una pista de forma triangular. Al llegar a un vértice, se mueve a uno de los otros dos vértices en forma aleatoria. Para decidir a cuál de los otros dos irá, lanza una moneda. Si sale cara, avanza a su izquierda y si sale sello, avanza a su derecha.



- a. Suponiendo que la persona comienza en el vértice **A**, construye un diagrama de árbol para representar todos los posibles recorridos que puede seguir después de lanzar la moneda en 3 ocasiones.

- b. ¿En qué posición es más probable que se encuentre la persona luego de lanzar la moneda en las 3 ocasiones?

¿CÓMO SIGUES AVANZANDO?

RETROALIMENTACIÓN

Responde con una actitud crítica considerando tu desempeño a lo largo de la lección.

- ¿Cómo se incrementa el número de caminos posibles que puede recorrer una bolita en una tabla de Galton al aumentar el número de niveles? Justifica.

- Al momento de calcular la probabilidad de los caminos aleatorios, ¿qué dificultades se te presentaron? Explica.

Escribe un ejemplo en el que se aplique la probabilidad de caminos aleatorios.

¿Qué tema de los estudiados en la lección consideras que debes repasar?

3. Analiza, y luego calcula.

En un sorteo se elige al azar un número del 1 al 20. Se definen los eventos:

A : obtener un número par menor que 11.

B : obtener un múltiplo de 3 menor que 16.

C : obtener un múltiplo de 10.

a. $P(A \cup B)$

b. $P(A \cap C)$

c. $P(B \cup C)$

4. Resuelve los siguientes problemas.

a. En una universidad se analizó la asistencia de los alumnos de una carrera y se concluyó que el 70% de los estudiantes asisten a clases en forma regular. Además, el 90% de los que asisten a clases aprueban el curso y solo el 10% de los alumnos que no asisten regularmente aprueban.

- ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir un alumno al azar de esta carrera sí haya aprobado el curso?

- ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir un alumno al azar de esta carrera asista a clases y no haya aprobado el curso?

b. Una persona tiene \$100 000 y decide invertir en fondos bancarios. El primer día de cada mes invertirá \$50 000. Al finalizar el mes, existe una probabilidad de 0,4 de perder el dinero invertido y una probabilidad de 0,6 de ganar la misma cantidad que invirtió.

- ¿Cuál es la probabilidad de que pierda todo el dinero al finalizar el segundo mes?

- ¿Cuál es la probabilidad de que al término del segundo mes tenga en total \$200 000?

CIERRE

- De los temas estudiados en la unidad, ¿cuál fue el que más te interesó?, ¿por qué?

- Qué estrategias usaste para resolver los problemas? Compáralas con las de tus compañeros.

- ¿Qué crees que debes mejorar para tener un mejor desempeño?

Unidad CIENCIA Y TECNOLOGÍA

PÁGINA 4

LECCIÓN 1

OPERATORIA EN LOS NÚMEROS RACIONALES

Conjunto de los números racionales

- \mathbb{Q} : $\frac{8}{9}$; 0,08; $0,\bar{3}$; $4,0\bar{9}$; -1,7; $-\frac{2}{5}$
 \mathbb{Z} : -15; -745; -1
 \mathbb{N} : 1; 15; 82; 7102
- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| a. $\notin; \in; \in$ | f. $\notin; \notin; \in$ |
| b. $\notin; \notin; \in$ | g. $\notin; \notin; \in$ |
| c. $\in; \in; \in$ | h. $\notin; \in; \in$ |
| d. $\in; \in; \in$ | i. $\notin; \notin; \in$ |
| e. $\notin; \notin; \in$ | j. $\notin; \notin; \in$ |
- | | | |
|----------------------|-------------------|---------------------|
| a. $\frac{16}{25}$ | c. $\frac{8}{9}$ | e. $\frac{8}{3}$ |
| b. $\frac{216}{125}$ | d. $\frac{7}{11}$ | f. $\frac{464}{33}$ |

PÁGINA 5

- Respuesta variada. A continuación, se muestran ejemplos.

a. 0,245	e. 0
b. $\frac{3}{25}$	f. 5,6
c. 6,251	g. 1,67
d. -2,098	h. 0,12
	i. -0,463
- | |
|--|
| a. Falsa. Por definición no puede ser igual a cero. |
| b. Verdadera |
| c. Falsa. Hay decimales periódicos y semiperiódicos. |
| d. Verdadera |
| e. Falsa. Por ejemplo, 0,5 es racional pero no entero. |
| f. Verdadera |
| g. Verdadera |
| h. Verdadera |
- | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| a. \mathbb{Q} | b. \mathbb{N} | c. \mathbb{Q} | d. \mathbb{Z} |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|

PÁGINA 6

Adición y sustracción de números racionales

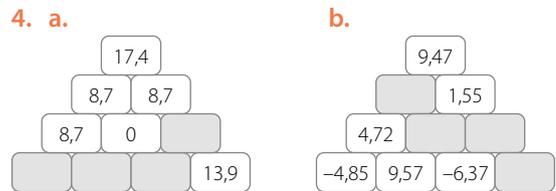
- | | |
|---------|---------|
| a. 2,15 | d. 2,35 |
| b. 4,4 | e. -0,5 |
| c. 2,5 | f. 0,8 |

- | | |
|---------|---------|
| a. 1,1 | d. 0,5 |
| b. 1,15 | e. 0,3 |
| c. 3 | f. 0,75 |

PÁGINA 7

- | |
|------------------------|
| a. $\frac{19}{3}$ |
| b. $\frac{2911}{1980}$ |
| c. $\frac{143}{60}$ |
| d. $\frac{59}{18}$ |
| e. $-\frac{3}{20}$ |
| f. $-\frac{44}{45}$ |
| g. -3 |
| h. $-\frac{169}{18}$ |

• Respuesta a cargo del estudiante.



PÁGINA 8

- | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|----|------|-----|-----|--|---|--|---|--|---|--|---|-----|---|--|---|--|---|--|---|-----|---|--|---|-----|--|--|---|--|---|-----|---|--|---|--|---|--|---|------|---|--|---|--|---|--|---|-----|---|--|---|--|--|--|---|--|---|-----|---|--|---|--|---|--|---|---|---|--|---|--|---|--|---|-----|---|--|---|-----|
| a. | b. | c. | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <table border="1"> <tr><td></td><td>+</td><td>2,5</td><td>=</td><td></td></tr> <tr><td>+</td><td></td><td>+</td><td></td><td>+</td></tr> <tr><td></td><td>+</td><td>0,3</td><td>+</td><td></td></tr> <tr><td>=</td><td></td><td>=</td><td></td><td>=</td></tr> <tr><td>6,5</td><td>+</td><td></td><td>=</td><td>9,3</td></tr> </table> | | + | 2,5 | = | | + | | + | | + | | + | 0,3 | + | | = | | = | | = | 6,5 | + | | = | 9,3 | <table border="1"> <tr><td></td><td>+</td><td></td><td>=</td><td>9,5</td></tr> <tr><td>+</td><td></td><td>+</td><td></td><td>+</td></tr> <tr><td></td><td>+</td><td>-0,2</td><td>=</td><td></td></tr> <tr><td>=</td><td></td><td>=</td><td></td><td>=</td></tr> <tr><td>2,1</td><td>+</td><td></td><td>=</td><td></td></tr> </table> | | + | | = | 9,5 | + | | + | | + | | + | -0,2 | = | | = | | = | | = | 2,1 | + | | = | | <table border="1"> <tr><td></td><td>+</td><td></td><td>=</td><td>7,7</td></tr> <tr><td>+</td><td></td><td>+</td><td></td><td>+</td></tr> <tr><td></td><td>+</td><td>1</td><td>=</td><td></td></tr> <tr><td>=</td><td></td><td>=</td><td></td><td>=</td></tr> <tr><td>7,1</td><td>+</td><td></td><td>=</td><td>5,6</td></tr> </table> | | + | | = | 7,7 | + | | + | | + | | + | 1 | = | | = | | = | | = | 7,1 | + | | = | 5,6 |
| | + | 2,5 | = | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| + | | + | | + | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | + | 0,3 | + | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| = | | = | | = | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 6,5 | + | | = | 9,3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | + | | = | 9,5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| + | | + | | + | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | + | -0,2 | = | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| = | | = | | = | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2,1 | + | | = | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | + | | = | 7,7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| + | | + | | + | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | + | 1 | = | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| = | | = | | = | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 7,1 | + | | = | 5,6 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
- | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|----|-----|---|-----|-----|---|--|---|--|---|--|---|-----|---|--|---|--|---|--|---|-----|---|--|---|-----|--|--|---|--|---|-----|---|--|---|--|---|--|---|----|---|--|---|--|---|--|---|-----|---|--|---|--|--|--|---|--|---|-----|---|--|---|--|---|--|---|-----|---|--|---|--|---|--|---|-----|---|--|---|-----|
| a. | b. | c. | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <table border="1"> <tr><td></td><td>-</td><td></td><td>=</td><td>2,7</td></tr> <tr><td>-</td><td></td><td>-</td><td></td><td>-</td></tr> <tr><td></td><td>-</td><td>0,7</td><td>=</td><td></td></tr> <tr><td>=</td><td></td><td>=</td><td></td><td>=</td></tr> <tr><td>2,1</td><td>-</td><td></td><td>=</td><td>0,3</td></tr> </table> | | - | | = | 2,7 | - | | - | | - | | - | 0,7 | = | | = | | = | | = | 2,1 | - | | = | 0,3 | <table border="1"> <tr><td></td><td>-</td><td></td><td>=</td><td>3,4</td></tr> <tr><td>-</td><td></td><td>-</td><td></td><td>-</td></tr> <tr><td></td><td>-</td><td>13</td><td>=</td><td></td></tr> <tr><td>=</td><td></td><td>=</td><td></td><td>=</td></tr> <tr><td>5,2</td><td>-</td><td></td><td>=</td><td></td></tr> </table> | | - | | = | 3,4 | - | | - | | - | | - | 13 | = | | = | | = | | = | 5,2 | - | | = | | <table border="1"> <tr><td></td><td>-</td><td></td><td>=</td><td>7,2</td></tr> <tr><td>-</td><td></td><td>-</td><td></td><td>-</td></tr> <tr><td></td><td>-</td><td>1,9</td><td>=</td><td></td></tr> <tr><td>=</td><td></td><td>=</td><td></td><td>=</td></tr> <tr><td>4,3</td><td>-</td><td></td><td>=</td><td>8,6</td></tr> </table> | | - | | = | 7,2 | - | | - | | - | | - | 1,9 | = | | = | | = | | = | 4,3 | - | | = | 8,6 |
| | - | | = | 2,7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| - | | - | | - | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | - | 0,7 | = | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| = | | = | | = | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2,1 | - | | = | 0,3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | - | | = | 3,4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| - | | - | | - | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | - | 13 | = | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| = | | = | | = | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5,2 | - | | = | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | - | | = | 7,2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| - | | - | | - | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | - | 1,9 | = | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| = | | = | | = | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4,3 | - | | = | 8,6 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
- Respuesta variada. A continuación, se muestran ejemplos.

a. $\frac{1}{2} + \frac{11}{10} = \frac{8}{5}$; $\frac{3}{5} + 1 = \frac{8}{5}$; $\frac{4}{5} + \frac{4}{5} = \frac{8}{5}$
b. Hay infinitas posibilidades.
c. $\frac{3}{4} - \frac{11}{8} = -\frac{5}{8}$; $2 - \frac{21}{8} = -\frac{5}{8}$; $\frac{1}{8} - \frac{3}{4} = -\frac{5}{8}$
d. Hay infinitas posibilidades.

PÁGINA 9

8. a. Recorrió 1,292 km en total.
 b. A Matías no le quedó dinero luego de los gastos.
 c. Sí, puede subir, ya que los kilogramos suman 300,1 kg.
 d. Hubo 0,45 m de diferencia.
9. El peso desconocido es de 22,5 kg.

PÁGINA 10**Multiplicación y división de números racionales**

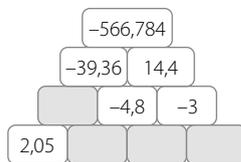
1. a. $\frac{1}{3}$ e. -3,75
 b. $\frac{35}{11}$ f. 25
 c. $-\frac{49}{48}$ g. $\frac{9}{8}$
 d. $-\frac{1}{3}$ h. 4,752
2. a. $-\frac{3}{5}$ c. $\frac{7}{4}$ e. $\frac{21}{5}$
 b. $\frac{28}{5}$ d. $\frac{112}{25}$ f. $\frac{14}{5}$

PÁGINA 11

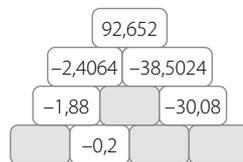
3. a. $\frac{25}{27}$ e. 2,5
 b. $-\frac{3}{4}$ f. $\frac{11}{8}$
 c. $\frac{4}{169}$ g. $-\frac{9}{26}$
 d. $-\frac{4}{5}$ h. $-\frac{55}{54}$
4. a. $-\frac{2}{7}$ c. 1,26 e. $-\frac{9}{10}$
 b. 0,4 d. $-\frac{10}{9}$ f. $-\frac{63}{20}$

PÁGINA 12

5. a.



b.



6. a. 0,0144; 0,144; -0,144; -0,072
 b. 2,5; 25; 45; -22,5
 c. $\frac{9}{64}$; $-\frac{9}{256}$; $-\frac{9}{1024}$; $\frac{9}{1024}$
 d. $\frac{11}{81}$; $-\frac{11}{243}$; $-\frac{1}{243}$; $\frac{1}{324}$

7. a. $2;\frac{1}{2}$
 b. 0,5; 2
 c. $\frac{9}{16}$; $\frac{16}{9}$
 d. $3;\frac{1}{3}$

8. a. Sí, ya que corresponden a fracciones que al multiplicarlas resulta un número mayor que 1.
 b. Sí, ya que al estar entre 0 y 1, el producto será menor que sus factores.

PÁGINA 13

9. a. El ancho y el alto miden, aproximadamente, 96,1 y 288,2 pulgadas, respectivamente.
 b. La masa de cada pan es de 0,125 kg y la de 10 panes y medio es de 1,3 kg, aproximadamente.
 c. Elías tomará 62 mg del medicamento en total.
 d. Le faltan 410 km por recorrer.
10. a. Le conviene comprar el chocolate mediano, ya que el valor total que pagará será menor.
 b. Sí, ya que al elegir el chocolate pequeño el total será de \$15 000 y en el caso del chocolate mediano el total será de \$14 400.

PÁGINA 14**Operaciones combinadas**

1. a. Respuestas a cargo del estudiante.
2. a. $\frac{163}{396}$
 b. $-\frac{8}{9}$
3. a. 0,325; -3,125
 b. $\frac{827}{792}$; -4

PÁGINA 15

4. a. $\frac{3}{8}$; 1,5; $\frac{1}{5}$
 b. 0,2; 0,2
5. a. Puede llevar 0,96 toneladas más.
 b. Tendrá 16 paquetes.

SÍNTESIS

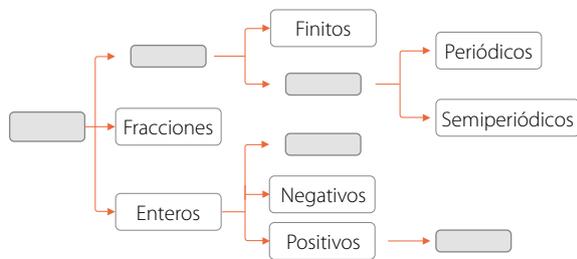
1. a. \notin 1. a. \notin b. \in
2. $-\frac{1}{12}$
3. $\begin{matrix} + & + & - \\ - & + & + \end{matrix}$
4. 1º Paréntesis
2º Potencias
3º Multiplicación y división
4º Adición y sustracción

PÁGINA 16

¿CÓMO VAS?

EVALUACIÓN LECCIÓN 1

1.



2. Respuesta variada. A continuación, se muestran ejemplos.

- $2 \cdot 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{20} = 2,85$
- $4 \cdot 1 + 2 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{20} = 5,35$
- $1 + \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{20} = 2,05$
- $2 \cdot 1 + 2 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{20} = 3,60$

3. a. $-\frac{112}{27}$ b. $-\frac{75}{28}$ c. $-\frac{112}{27}$
4. a. 1 b. $\frac{61}{25}$

PÁGINA 17

5. a. Llegó 11,4 s antes.
b. Llegó, aproximadamente, 0,8 s más tarde.
6. a. $22\frac{5}{6}$ m. b. 31,5 m
7. Es igual.

PÁGINA 18

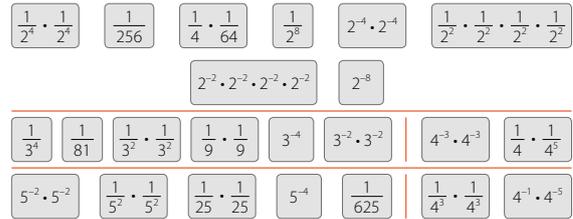
LECCIÓN 2

POTENCIAS

Potencias de base y exponente entero

1. a. $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$
b. $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$
c. $(-6) \cdot (-6) \cdot (-6)$
d. $(-7) \cdot (-7) \cdot (-7) \cdot (-7)$

2.



3.

P...	Multiplicación iterada	Signo...	¿Expo...?	Valor...
	$(-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$	-	Impar	-27
	$(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$	+	Par	81
	$(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$	-	Impar	-32
	$(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$	+	Par	64

- a. Del exponente.
- b. Sí. Si es par, será positivo y si es impar, será negativo.

- a. - c. + e. +
b. + d. + f. -

PÁGINA 19

5. a. $\left(\frac{3}{2}\right)^7$ c. 3^{10} e. $\left(\frac{7}{8}\right)^5$
b. 6^{-2} d. $-\frac{1}{5^3}$ f. 2^3
6. 49; 29; 9; -21
9; 29; 49; -21
49; 29; 9; -21

7. a. No, porque las propiedades de las potencias no son referentes a la adición.
b. No, porque las propiedades de las potencias no son referentes a la sustracción.

PÁGINA 20

Potencias de base racional y exponente entero

1. a. $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ d. $(-1)^{10}$ g. 5^{11}
b. $\left(\frac{90}{25}\right)^7$ e. $(-11)^1$ h. $\left(-\frac{1}{5}\right)^{10}$
c. $\left(-\frac{7}{10}\right)^4$ f. $\left(\frac{90}{183}\right)^{12}$ i. $(-10)^5$
2. a. 1 d. $\frac{1}{4}$ g. 2,5
b. $\frac{2}{9}$ e. -1 h. -10
c. -3 f. 4 i. 1
3. a. = d. = g. = j. <
b. > e. < h. >
c. < f. > i. >

PÁGINA 21

4. a. -1 b. 256 c. 3 d. 2

5. a. Se cumple.
 b. Se cumple.
 c. Se cumple.
 d. Se cumple.
6. a. El virus B tiene mayor diámetro.
 b. El área de las figuras 2 y 3 es $\frac{1}{4} \text{ m}^2$ y $\left(\frac{1}{4}\right)^2 \text{ m}^2$, respectivamente.

PÁGINA 22

Multiplicación y división de potencias

1. a. 12 c. 14 e. -7
 b. 2 d. -6 f. -8
2. a. $\frac{1}{5}$ d. $\left(\frac{74}{10}\right)^8$
 b. $\left(\frac{2}{3}\right)^{10}$ e. $\left(\frac{1}{3}\right)^{11}$
 c. $2,125^5$ f. $\left(\frac{33}{4}\right)^5$
3. a. 1 c. $\frac{1}{4}$ e. 1
 b. $\left(\frac{3}{7}\right)^3$ d. $\frac{1}{4}$ f. 1

PÁGINA 23

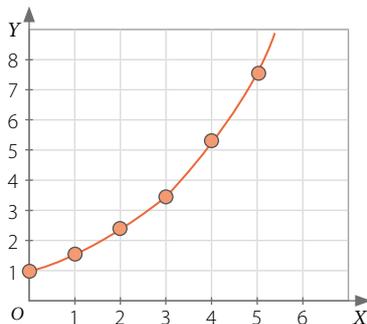
4. a. $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \left(\frac{1}{3}\right)^{3+4} = \left(\frac{1}{3}\right)^7$
 b. $\left(\frac{1}{2}\right)^7 : \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^{7-5} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$
 c. $\left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \left(\frac{5 \cdot 1}{6 \cdot 4}\right)^2 = \left(\frac{5}{24}\right)^2$
 d. $\left(\frac{3}{5}\right)^{-4} : \left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 2}\right)^{-4} = \left(\frac{9}{10}\right)^{-4}$
5. a. No se cumple.
 b. No se cumple.
 c. Sí se cumple.
 d. Sí se cumple.
 e. No se cumple.
 f. Sí se cumple.
6. El tanque debe tener 1,728 m de altura.

PÁGINA 24

Crecimiento y decrecimiento exponencial

1.

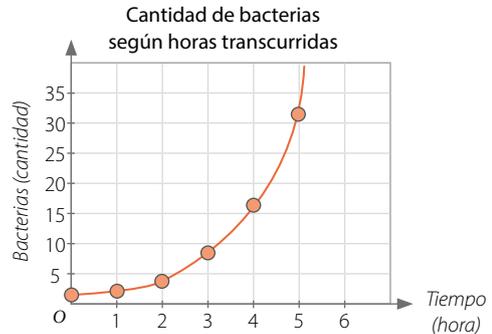
x	y = (1,5) ^x
	1
	1,5
	2,25
	3,375
	5,0625
	7,59375



2. a.

Tiempo (hora)	0	1	2	3	4	5
Bacterias (cantidad)					16	32
Potencia	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5

- b. 2^n , con n las horas transcurridas.
 c.



- d. No, ya que a las 6 horas hay 64 bacterias y a las 12 horas hay 4096.

PÁGINA 25

3. a. Le conviene el segundo plan. Perdería \$6000.
 b. Serán contagiadas 81 personas.
 c. Deben pasar 5 min.

SÍNTESIS

1. +; +; +; -
 2. $\left(\frac{b}{a}\right)^n$; $\left(\frac{a}{b}\right)^{n \cdot m}$
 3. $\left(\frac{a}{b}\right)^{n+m}$; $\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right)^n$; $\left(\frac{a}{b}\right)^{n-m}$; $\left(\frac{a}{b} : \frac{c}{d}\right)^n$
 4. Crecimiento; decrecimiento.

PÁGINA 26

¿CÓMO VAS?

EVALUACIÓN LECCIÓN 2

1. Se guardaron 14 archivos.
 2. a. Falsa. $(-2)^3 = -8$
 b. Verdadera. $(2^2)^3 = 2^{2 \cdot 3} = 2^6$
 c. Falsa. $(-2)^2 = 4$
 d. Verdadera. $1^{-12} = 1$
 e. Falsa. $(-2)^{-1} = -0,5$
 f. Falsa. $2^0 = 1$

3. a. 5^{-5} b. $\left(\frac{2}{5}\right)^{17}$

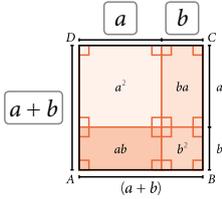
PÁGINA 27

4. a. Se necesitan 3 rebotes, aproximadamente.
 b. Alcanza 0,2 m, aproximadamente.
 c. No, ya que alcanzaría una altura de 1 cm, aproximadamente.
5. a. $1 : \left(\frac{a}{b}\right)^n = 1 : \left(\frac{b}{a}\right)^n = 1 : \frac{b^n}{a^n} = \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
 b. $\frac{a^n}{b^n} = \frac{1}{a^{-n}} : \frac{1}{b^{-n}} = \frac{b^{-n}}{a^{-n}} = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$

PRODUCTOS NOTABLES

Cuadrado de un binomio

1. a.



b.

$$\begin{aligned} (a+b)^2 &= (a+b) \cdot (a+b) \\ &= a \cdot (a+b) + b \cdot (a+b) \\ &= a^2 + ab + ba + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 \end{aligned}$$

- 2. a. $x^2 + 4xy + 4y^2$
- b. $9x^2 - 30x + 25$
- c. $4x^2 - 12xy + 9y^2$
- d. $16a^2 + 40a + 25$
- e. $36 + 36b + 9b^2$

- f. $a^4 - 20a^2 + 100$
- g. $4x^2 + 4xy^2 + y^4$
- h. $4a^4 - 4a^3 + a^2$
- i. $4x^6 + 2x^5 + x^4$
- j. $25x^2 - 40xy^2 + 16y^4$

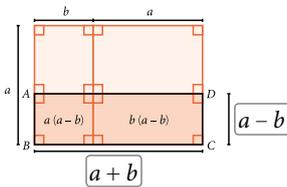
PÁGINA 29

- 3. a. El área es $(x^2 + 6x + 9)$ cm².
- b. El área es x^2 cm².
- 4. a. a; 9
- b. 6; $4n^2$; 24
- c. 4, 1
- d. 2; $9a^2$
- e. x^6 ; 36
- f. 5; 10; a^{10}
- g. $9x^4$; $16y^6$
- h. ab ; $16b^2$
- i. n^6 ; $4n^4$
- j. 4; a^4b
- 5. $A_1 = 64$ cm²; $A_2 = 16$ cm²; $A_3 = 4$ cm²; $A_4 = 16$ cm²;
 $A_{\text{Total}} = 100$ cm².

PÁGINA 30

Suma por su diferencia

1. a.



b.

$$\begin{aligned} (a+b)(a-b) &= a \cdot (a-b) + b \cdot (a-b) \\ &= a^2 - ab + ba - b^2 \\ &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$

- 2. a. El área es $(x^2 + 5x)$ cm².
- b. El área es $(x^2 + 10x)$ cm².
- 3. a. n^2 ; 9
- b. 5; $4n^2$
- c. x^2 ; 1
- d. $9a^2$; 16
- e. 1; y^2
- f. 5; x
- g. x^4 ; y^6
- h. 4; 4; a^4
- i. n; n^2
- j. x; 4; x; 4

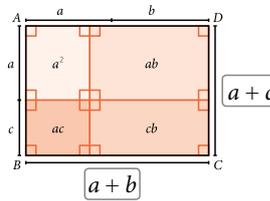
PÁGINA 31

- 4. a. $x^2 - 4y^2$
- b. $16x^4 - x^2$
- c. $36 - 64b^2$
- d. $49n^2 - 36$
- e. $25a^4 - 1$
- f. $144 - 9x^2$
- g. $b^{12} - 36$
- h. $y^4 - 4x^2$
- 5. a. El área del rectángulo es $(x^2 - 25)$ cm².
Se redujo 25 cm².
- b. El área del jardín es $(16a^2 - 25)$ m² y equivale a 39 m².
- 6. El volumen del prisma es $(x^4 - 1)$ cm³.

PÁGINA 32

Producto de binomios con un término en común

1. a.



b.

$$\begin{aligned} (a+b)(a+c) &= a(a+c) + b(a+c) \\ &= a^2 + ac + ba + bc \\ &= a^2 + (c+b)a + ba \end{aligned}$$

- 2. a. $(x^2 + 11x + 18)$ cm²
- b. $(x^2 + 2x - 3)$ cm²
- c. $(4x^2 + 14x + 12)$ cm²
- 3. a. $9a^2$; 15
- b. 1; $4n^2$
- c. x^2 ; x^2
- d. 15; 4
- e. 4; $6y$
- f. x; x; 5; 50
- g. 1; n^2 ; 4
- h. x^4 ; 21; 10
- i. 3; 1; a^4 ; a^2
- j. x; 5; x; 1

PÁGINA 33

- 4. a. $64b^2 + 64b + 12$
- b. $16x^4 - 32x^2 - 9$
- c. $n^4 + 13n^3 + 42n^2$
- d. $4x^2 - 2xy^2 - 2y^4$
- 5. El área del rectángulo es $(x^2 + 7x + 10)$ m².
El área aumenta.
- 6. a = 1

SÍNTESIS

- 1. $a^2 + 2ab + b^2$; $a - b$
- 2. $(a+b)(a-b)$
- 1. $x^2 + (a+b)x + ab$

PÁGINA 34

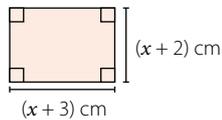
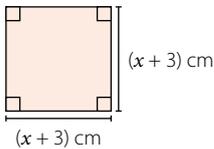
¿CÓMO VAS?

EVALUACIÓN LECCIÓN 3

1.

- a. $(2a-5)^2$ $4a^2 + 20a + 25$ Cuadrado de la suma
- b. $(2a-5)(2a+5)$ $4a^2 - 20a + 25$ Cuadrado de la diferencia
- c. $(2a+5)^2$ $4a^2 - 25$ Producto con un término en común
- d. $(2a+5)(2a-2)$ $4a^2 + 3a - 10$ Producto de la suma por su diferencia

2. a. $(9x^2 - 24x + 16) \text{ cm}^2$
 b. $(x^2 + 2x + 1) \text{ cm}^2$
 c. $(x^4 + 4x^2 + 4) \text{ cm}^2$
3. a. $(36x^2 - 18x + 2) \text{ cm}^2$
 b. $(16x^2 - 4) \text{ cm}^2$
 c. $(25x^2 + 15x + 2) \text{ cm}^2$



PÁGINA 35

4. a. Falsa. Para ser una suma por su diferencia debe tener una sustracción.
 b. Verdadera. Corresponde a $(x + 1)^2$.
5. a. Jorge, ya que al resolver $(1 - 6)$ resulta -5 .
 b. Debe pintar $(2\,500 - 400x + 16x^2) \text{ cm}^2$.

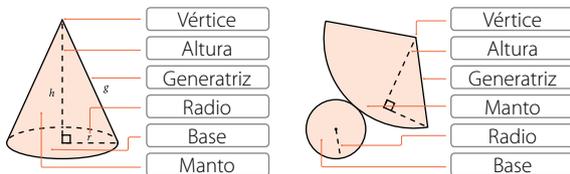
PÁGINA 36

LECCIÓN 4

ÁREA DE LA SUPERFICIE Y VOLUMEN DEL CONO

Área de la superficie del cono

1.



2. a. $g = 5 \text{ cm}$
 b. $r = 24 \text{ dm}$
 c. $h = 12 \text{ cm}$
3. a. $423,9 \text{ cm}^2$
 b. $12,56 \text{ cm}^2$
 c. $188,4 \text{ cm}^2$
 d. $47,1 \text{ cm}^2$

PÁGINA 37

4. a. $703,36 \text{ cm}^2$
 b. $91,45 \text{ cm}^2$
 c. $282,6 \text{ cm}^2$
5. a. $50,24 \text{ cm}^2$
 b. $87,92 \text{ cm}^2$
 c. $235,5 \text{ cm}^2$
 d. $75,36 \text{ cm}^2$

PÁGINA 38

6. a. $753,6 \text{ cm}^2$
 b. 8 cm
 c. 17 cm
7. a. El radio es 2 cm .
 b. El área es $50,24 \text{ cm}^2$.
 c. El área es $12,56 \text{ cm}^2$.
 d. El área del cono es $62,8 \text{ cm}^2$.

PÁGINA 39

8. a. El radio mide 3 m .
 b. La generatriz mide 5 m .
 c. Sandra está en lo correcto, ya que se necesitan $47,1 \text{ m}$, aproximadamente.
9. a. $A_1 = 384\pi \text{ cm}^2$; $A_2 = 576\pi \text{ cm}^2$. El cono de radio 16 cm tiene mayor área.
 b. Se necesitarán $6\,800\pi \text{ cm}^2$ de cartulina.
10. a. La altura mide $\sqrt{24} \text{ cm}$.
 b. No, porque al formarse un triángulo rectángulo, la generatriz debe ser mayor que el radio.

PÁGINA 40

Volumen del cono

1. a. $83,7 \text{ cm}^3$
 b. $13,7 \text{ cm}^3$
 c. 314 cm^3
 d. $140,8 \text{ cm}^3$
 e. $8,9 \text{ cm}^3$
 f. $57,7 \text{ cm}^3$
2. a. El volumen del cono es $432\pi \text{ cm}^3$, ya que corresponde a $\frac{1}{3}$ del volumen del cilindro.
 b. Debe aumentar 3 veces.

PÁGINA 41

3. a. $h = 3 \text{ cm}$; $V = 50,24 \text{ cm}^3$
 b. $h = \sqrt{39} \text{ cm}$; $V = 163,4 \text{ cm}^3$
 c. $h = 12 \text{ cm}$; $V = 1\,017,36 \text{ cm}^3$
4. a. • El radio mide 10 cm .
 • La altura mide $9,56 \text{ cm}$, aproximadamente.
 b. • El radio mide 15 cm .
 • La altura mide $6,37 \text{ cm}$, aproximadamente.

PÁGINA 42

5. a. • 6 cm
 • $\sqrt{12} \text{ cm}$
 b. • $357,96 \text{ cm}^3$
 • $3\,579,5$ segundos.
6. a. $\frac{2\pi r^2 h}{3}$
 b. La variación es del 50% .
 c. Aumenta 9 veces.
 d. No, aumenta más del triple.

PÁGINA 43

7. Debería realizar 227 viajes.
8. a. Se puede verter $57,7 \text{ cm}^3$, aproximadamente.
 b. Se necesitan 9 copas.

SÍNTESIS

1. $25\pi + 65\pi$. El área total es $90\pi \text{ cm}^2$.
2. $V = \frac{\pi \boxed{5}^2 \boxed{12}}{\boxed{3}}$. Alcanzan $100\pi \text{ cm}^3$ de helado.

PÁGINA 44

¿CÓMO VAS?

EVALUACIÓN LECCIÓN 4

- a. $A = 200\pi \text{ cm}^2$; $V = 320\pi \text{ cm}^3$

b. $A = 810\pi \text{ cm}^2$; $V = 2\,700\pi \text{ cm}^3$
- a. Falsa. Aumenta 4 veces.

b. Falsa. No es lineal la relación.

c. Falsa. Generatriz es la medida desde el vértice a la circunferencia de la base.

d. Falsa. No es lineal la relación.

e. Verdadera.
- 4038,75 cm^3

PÁGINA 45

- a. $\sqrt{500} \text{ cm}$

b. $1\,000\pi \text{ cm}^2$

c. $2\,981\pi \text{ cm}^3$
- El **cono A** tiene menor capacidad.
- El área es de $957\pi \text{ cm}^2$, aproximadamente.

PÁGINA 46

¿QUÉ APRENDISTE?

EVALUACIÓN UNIDAD 1

- a. 4,35

b. $-\frac{128}{45}$

c. 5,0625
- a. $\frac{125}{6}$

b. $\frac{36}{65}$
- a. 4^{10}

b. 0,6

c. 3^{10}
- a. $16n^2$; 4

b. 2 ; x^2 ; $7x$

c. $2x^2$; y^2

d. $25a^4$; $16a^2$

e. 1 ; $36y^2$; $12y$

f. 5 ; $10x$; x^2
- a. $64b^4 + 32b^3 + 4b^2$

b. $9y^2 - a^2$

c. $16x^4 - 72x^2 + 81$

d. $-2 - 3y + 9y^2$

PÁGINA 47

- a. Sí se cumple.

b. Sí se cumple.
- a. $\sqrt{13} \text{ cm}$

b. $12\pi \text{ cm}^3$
- a. $768\pi \text{ cm}^3$

b. $144\pi \text{ cm}^2$

c. $384\pi \text{ cm}^2$

Unidad

NUESTRO ENTORNO

PÁGINA 48

LECCIÓN 5

SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES

Ecuación lineal con dos incógnitas

- a. ✓

b. ✗

c. ✗

d. ✗

e. ✓

f. ✓

g. ✗

h. ✗

i. ✗
- a. $P + L = 24$

b. $x + 3y = 8$

c. $2x + 2y = 90$

d. $x + y = 15\,000$
- a. $x + y = 3$

b. $x + y = 5$

c. $2x - y = 1$

d. $x - y = -3$

PÁGINA 49

- a. $3x = 3y - 4$

b. $2x = 3y - 10$

c. $2x = 2y - 3$

d. $3x = 4y - 3$
- a. No, porque habría 16 ruedas.

b. Sí, porque queda un número par de ruedas.

c. No, porque quedarían 2 ruedas que no pueden ser de un auto.

d. Sí, porque queda un múltiplo de 4 de ruedas.

e. 1M y 3A; 3M y 2A; 5M y 1A; 7M.

PÁGINA 50

Sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas

- B y C
- a. Verdadera

b. Falsa

c. Verdadera

d. Verdadera

e. Verdadera
- a. $\begin{cases} x + y = 20 \\ x - y = 10 \end{cases}$

b. $\begin{cases} b = 3a \\ a + b = 8 \end{cases}$

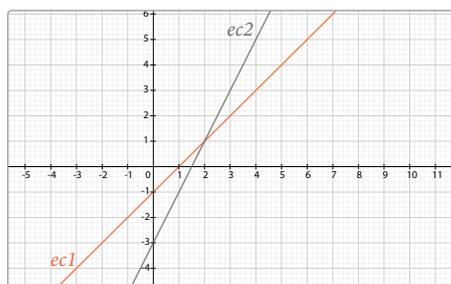
c. $\begin{cases} p + c = 120 \\ 2p + 4c = 210 \end{cases}$

PÁGINA 51

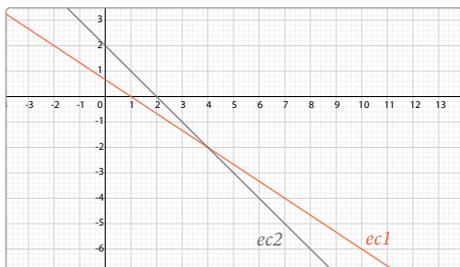
Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones

■ Método gráfico

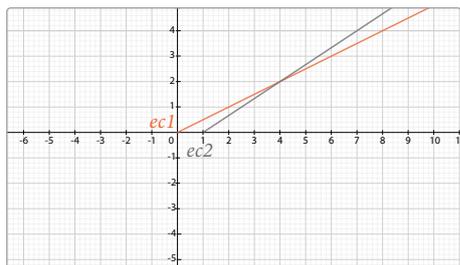
1.



2. $x = 4; y = -2$



3.



Antonia tiene 4 años y Loreto tiene 2 años.

PÁGINA 52

■ **Método de igualación**

1. a. $x = -6; y = 2$
- b. $x = \frac{8}{3}; y = \frac{14}{9}$
- c. $x = 1; y = 9$

PÁGINA 53

2. a. $x = -1; y = 3$ c. $x = 1; y = 9$
- b. $x = -\frac{88}{5}; y = \frac{106}{15}$ d. $x = -2; y = -3$
3. a. Pagó \$3 000 por la entrada de niño y \$4 500 por la de adulto.
- b. Había 2 jugadores y 13 cartas.

PÁGINA 54

■ **Método de sustitución**

1. a. $x = 5; y = 2$ c. $x = -2; y = -9$
- b. $x = 2; y = 2$

PÁGINA 55

2. a. $x = 2; y = -1$ c. $x = 9; y = -3$
- b. $x = 1; y = 1$ d. $x = 3; y = 2$
3. a. Cada billete es de \$2 000 y cada moneda de \$500.
- b. Asistieron 40 adultos y 50 niños.

PÁGINA 56

■ **Método de reducción**

1. a. $x = 8; y = -4$
- b. $x = -1; y = 0$
- c. $x = 12; y = -4$

PÁGINA 57

2. a. $x = 2; y = 3$
- b. $x = 3; y = 8$
3. a. La entrada de adulto cuesta \$6 200 y la de niño \$1 100.
- b. Hay 58 gallinas y 25 conejos.

SÍNTESIS

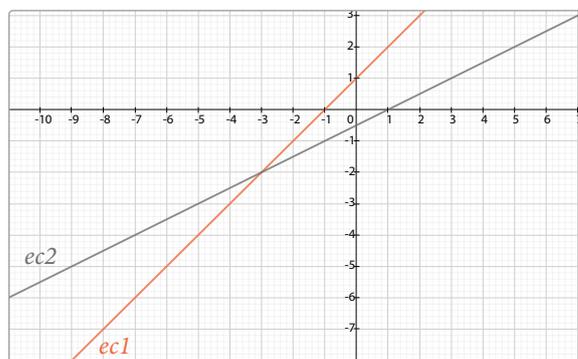
1. • infinitas
- una recta
2. a. Tener solo dos soluciones.
- b. Gráfico, igualación, sustitución y reducción.

PÁGINA 58

¿CÓMO VAS?

EVALUACIÓN LECCIÓN 5

1. a. • El punto (1, 2).
- A un punto.
- Compatible determinado.
- b. • Los puntos (0, 8) y (-1, 3).
- Una recta.
- Compatible indeterminado.
2. $x = -3; y = -2$



PÁGINA 59

3. a. La bolita de cristal cuesta 6 monedas y la de acero 1 moneda.
- b. Respondió 38 preguntas correctamente.
4. Se deberían consumir 5 porciones de frutillas y 10 porciones de naranjas.

RELACIONES LINEALES EN DOS VARIABLES

Relaciones lineales de la forma $f(x, y) = ax + by$

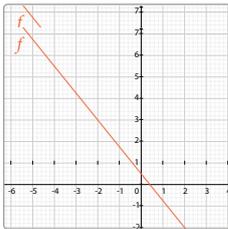
- a. -12 b. 0 c. 4 d. 6
- a. $f(x, y) = -x + 3y$ d. $f(x, y) = 2x + y$
 b. $f(x, y) = -3x - y$ e. $f(x, y) = -x - 3y$
 c. $f(x, y) = -x - 3y$

PÁGINA 61

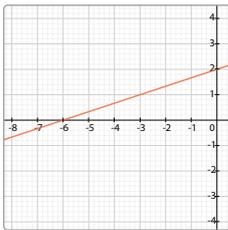
- a. 1; 2; 1
 b. 0; -4; -3
 c. $\frac{1}{2}; \frac{9}{2}; -3$
 d. -4,5; 3; -2
 e. -16; -12; 4
 f. -6; -1; -5
- a. $m = -2; n = -4$ c. $m = -\frac{5}{3}; n = -3$
 b. $m = 3; n = 5$ d. $m = 4; n = \frac{7}{2}$

PÁGINA 62

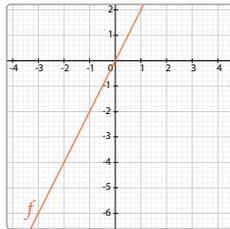
5. a. $y = -\frac{5}{4}x + \frac{1}{2}$



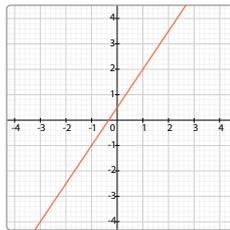
b. $y = \frac{1}{3}x + 2$



c. $y = 2x$



d. $y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$



PÁGINA 63

- a. $f(x, y) = -5x - 5y$
 b. $f(x, y) = \frac{1}{3}x + \frac{2}{9}y$
- a. No, ya que $f(-2, 1)$ es igual a 3.
 b. Los valores son $a = -1$ y $b = 2$.
- La ecuación es $2 = x - y$.

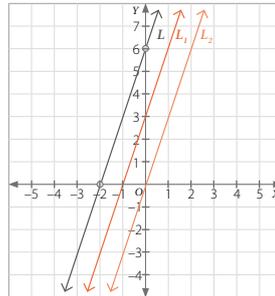
Variación de parámetros

1. a.

$6x - 2y = -6$	
x	y
	-3
-1	
	3
1	

$6x - 2y = 0$	
x	y
	-3
0	
	3
2	

b.



- $L_1: -6x + 2y = 6; L_2: 6x - 2y = 0$
- $L: 3; L_1: 3; L_2: 3$
- Son iguales porque las rectas son paralelas.
- $c = 6x - 2y$

PÁGINA 65

- $L_3; L_2; L_4; L_1$
- a. 2 b. 3 c. 4 d. 1

SÍNTESIS

- $ax + by = c$
- $y = -2x + 1$
- $4x + 2y = 2$
- c

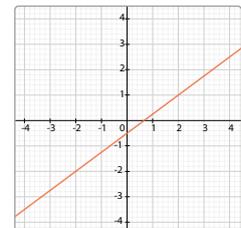
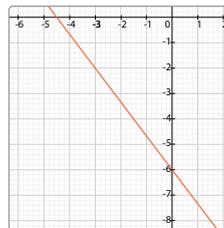
PÁGINA 66

¿CÓMO VAS?

EVALUACIÓN LECCIÓN 6

- a. $x + 2y = 4$
 b. $m = \frac{3}{4}; n = -\frac{1}{8}$
- a. $m = -\frac{4}{3}$

b. $m = \frac{3}{4}$



- Al multiplicarlas resulta -1, lo que indica que las rectas son perpendiculares.

3. No, ya que los parámetros a y b no son fijos.

PÁGINA 67

4. a. Son rectas paralelas.
 b. Varía el parámetro c .
 c. Porque los parámetros a y b son fijos, ya que determinan la pendiente de la recta.

PÁGINA 68

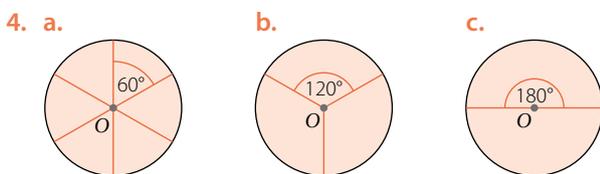
LECCIÓN 7

PERÍMETRO Y ÁREA DE SECTORES Y SEGMENTOS CIRCULARES

Perímetro y área de sectores circulares

1. a. radio
 b. cuerda
 c. arco
 d. diámetro
2. a. 90°
 b. $\frac{1}{4}$
 c. El área es π m². Se calcula con la expresión $\pi r^2 \frac{1}{4}$.
 d. $\frac{1}{4}$
3. Respuestas variadas. A continuación, se muestran ejemplos.
- a. • Región limitada por dos radios del círculo y el arco subtendido por estos radios.
 • Región limitada por una cuerda del círculo y el arco subtendido por ella.
- b. Respuestas a cargo del estudiante.

PÁGINA 69



5.

Ángulo cen...	Parte del ángulo...	Parte del círculo	Área del sector...	Longitud del arco...
180°				
120°	$\frac{120^\circ}{360^\circ}$	$\frac{1}{3}$	$r^2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{3}$	$2r \cdot \pi \cdot \frac{1}{3}$
90°	$\frac{90^\circ}{360^\circ}$	$\frac{1}{4}$	$r^2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{4}$	$2r \cdot \pi \cdot \frac{1}{4}$
60°	$\frac{60^\circ}{360^\circ}$	$\frac{1}{6}$	$r^2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{6}$	$2r \cdot \pi \cdot \frac{1}{6}$

6. a. 2,09 cm
 b. 9,42 cm
 c. 6,28 cm
 d. 7,85 cm
 e. 2,62 cm
 f. 3,297 cm

PÁGINA 70

7. a. $P = 20,56$ cm; $A = 25,12$ cm²
 b. $P = 17,82$ cm; $A = 19,625$ cm²
 c. $P = 21,3$ cm; $A = 25,6$ cm²
 d. $P = 20,13$ cm; $A = 21,195$ cm²
 e. $P = 10,2$ cm; $A = 6,28$ cm²
 f. $P = 14,5$ cm; $A = 10,5$ cm²
8. a. $P = 15,2$ cm; $A = 13,1$ cm²
 b. $P = 30,7$ cm; $A = 58,9$ cm²
 c. $P = 42,84$ cm; $A = 113,04$ cm²
 d. $P = 15,42$ cm; $A = 14,13$ cm²
 e. $P = 22,28$ cm; $A = 25,12$ cm²
 f. $P = 48,84$ cm; $A = 141,3$ cm²

PÁGINA 71

9. a. Falso, corresponde a un octavo.
 b. Verdadero, ya que $360^\circ : 12 = 30^\circ$.
10. a. Representa $\frac{1}{18}$ del círculo, ya que al dividir 20° en 360° resulta dicho valor.
 b. Representa $\frac{3}{4}$ del círculo, ya que al dividir 270° en 360° resulta dicho valor.
11. a. Verdadera. Por ejemplo, el área de un sector con ángulo 30° y radio 2 cm es $\frac{\pi}{3}$ cm² y el área para el ángulo de 60° es $\frac{2\pi}{3}$ cm².
 b. Verdadera. La medida del ángulo del centro es igual a la del arco; por ejemplo, si el ángulo mide 20° , el arco medirá lo mismo.
12. a. La superficie del trozo es 39,25 cm².
 b. El área es 254,34 cm².

PÁGINA 72

Perímetro y área de segmentos circulares

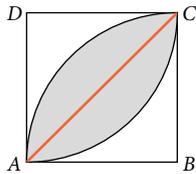
1. a. 9,8 cm
 b. 19,2 cm
 c. 10,9 cm
2. a. 1,5 cm²
 b. 2,4 cm²
 c. 9,5 cm²
3. a. Falsa. El perímetro es $\left(\frac{10}{3}\pi + 10\right)$ cm.
 b. Verdadera. Al resolver se obtiene $\left(\frac{r^2\pi}{4} - \frac{r^2}{2}\right)$, donde $\frac{r^2}{2}$ es el área del triángulo.

PÁGINA 73

4. a. El perímetro es de 13,6 cm.
 b. El área es de 2,9 cm².
5. a. La longitud de arco mide 8,635 cm.
 b. El radio mide 3 cm.
 c. El perímetro es de 11,48 cm.

PÁGINA 74

6. a.



- b. 8,5 cm
- c. 28,26 cm²
- d. 18 cm²
- e. 10,26 cm²
- f. 20,52 cm²

PÁGINA 75

- 7. a. Respuesta a cargo del estudiante.
- b. Respuesta a cargo del estudiante.
- c. Respuesta a cargo del estudiante.

SÍNTESIS

1.

PERIMETRO ▶ $2 \cdot r \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} + 2 \cdot r$

ÁREA ▶ $r^2 \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$

2. Se relacionan en que el área del segmento circular se calcula con el área del sector circular menos el del ΔOAB .

3.

PERIMETRO ▶ $2 \cdot r \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} + m(\overline{AB})$

ÁREA ▶ $r^2 \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} - \text{Área}(\Delta OAB)$

4. Se obtiene al trazar la cuerda \overline{AB} .

PÁGINA 76

¿CÓMO VAS?

EVALUACIÓN LECCIÓN 7

1. El área es de 2,355 m².

2. a. 2

b. $P = 6,1$ cm; $A = 2,1$ cm²

c. $P = 4,1$ cm; $A = 0,4$ cm²

3. Actividad a cargo del estudiante.

PÁGINA 77

4. a. $P = 138,945$ m; $A = 123,4575$ m²

b. $P = 36,55$ m; $A = 59,83$ m²

c. $P = 33,94$ m; $A = 162,71$ m²

PÁGINA 78

¿QUÉ APRENDISTE?

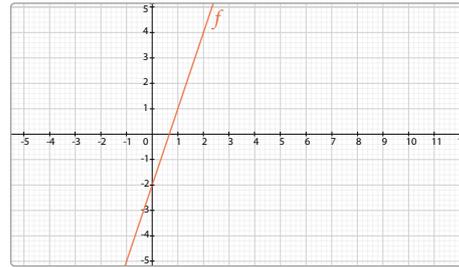
EVALUACIÓN UNIDAD 2

1. a. $y + 2x = 5$; $5y = x + 4$

b. $y + 2y = 5$
 $5y - x = 4$

c. $x = \frac{21}{11}$; $y = \frac{13}{11}$

2. $y = 3x - 2$



3. a. $y = \frac{1}{2}x - 2$

b. $y = \frac{1}{2}x + 2$

c. $y = \frac{1}{2}x$

PÁGINA 79

4. a. $P = 3,57$ m; $A = 0,785$ m²

b. $P = (1,57 + \sqrt{2})$ m; $A = 0,285$ m²

5. La superficie total es de 1470,5 m².

Unidad

MEDIOAMBIENTE

PÁGINA 80

LECCIÓN 8

HOMOTECIA Y TEOREMA DE TALES

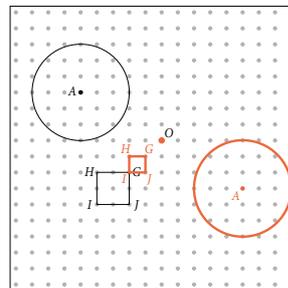
Homotecia

- 1. a. 6,2 cm c. 135° e. 2,2 cm
- b. 4 cm d. 3 cm f. 3,1 cm
- 2. a. $\frac{1}{2}$ d. $-\frac{1}{2}$
- b. $\frac{1}{3}$ e. -2
- c. -1 f. 1,5

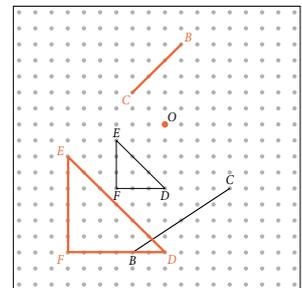
PÁGINA 81

3. a. y b.

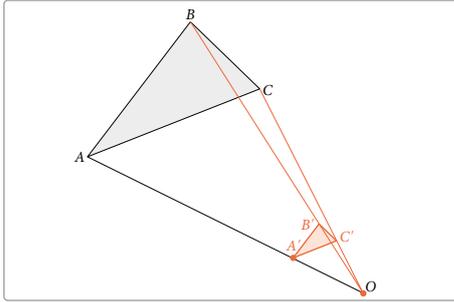
c. y d.



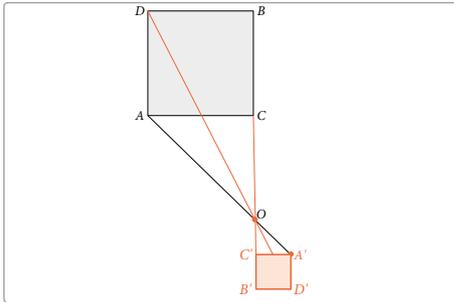
e. $k = 1$



4. a.



b.

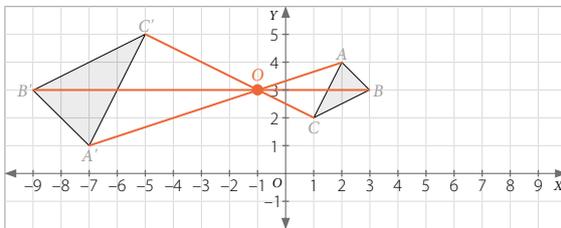


5. Respuesta variada. A continuación, se muestran ejemplos.

- a. Salas de cine
- b. Ojo humano
- c. Astronomía

PÁGINA 82

- 6. a. $k = 2$
b. La figura imagen será congruente con la figura original y se invertirá su sentido.
- 7. $k = -1$
- 8. $O(-1, 3)$



- 9. a. Verdadero
- b. Falso
- c. Verdadero
- d. Falso
- e. Falso

PÁGINA 83

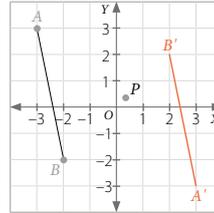
- 10. Actividad a cargo del estudiante.
- 11. a. No, ya que la medida de los lados no varía.
b. • De -5 a 0 va disminuyendo y luego desde 0 a 5 va aumentando.
• Se mantiene la razón de homotecia.

- 12. a. Verdadera
- b. Verdadera
- c. Verdadera

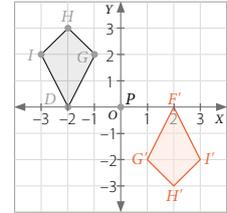
PÁGINA 84

Homotecia de forma vectorial

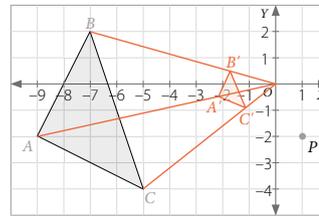
1. a.



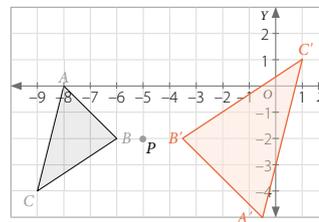
b.



c.



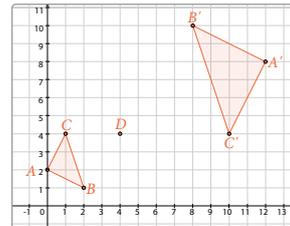
d.



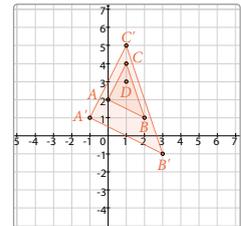
- 2. a. $O(1, 3); k = -1$
- b. $O(1, 2); k = 3$
- c. $O(0, 2); k = -0,5$
- d. $O(-1, 2); k = 0,5$

PÁGINA 85

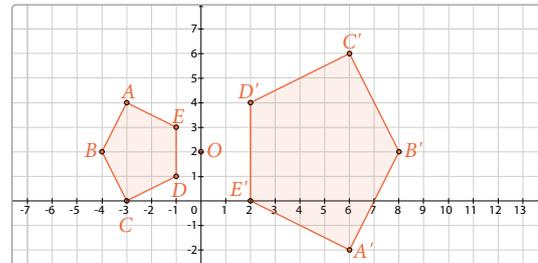
3. a.



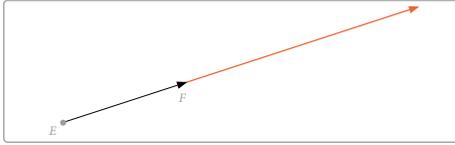
b.



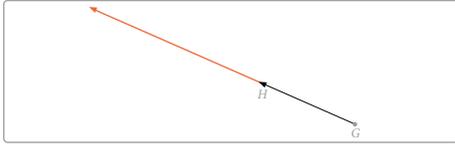
4.



5. a.



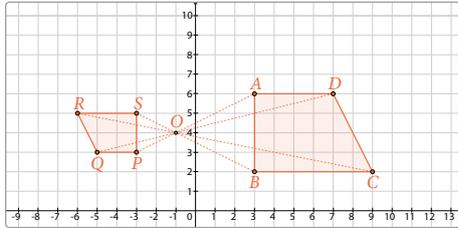
b.



PÁGINA 86

6. a. Falsa. La razón de homotecia podría ser -2 y en ese caso se aumenta el tamaño de la figura.
 b. Verdadera. Ya que es una homotecia inversa.
 c. Falsa. La figura imagen es congruente con la figura original.
 d. Falsa. La figura imagen es congruente con la figura original.
 e. Falsa. La razón de homotecia podría ser negativa y en ese caso no se cumple la razón $1:k$.
 f. Falsa. La razón de homotecia podría ser negativa y en ese caso no se cumple la razón $1:k$.

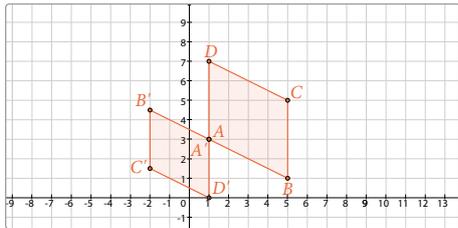
7.



El centro es $O(-1, 4)$ y la razón de homotecia es $k = -\frac{1}{2}$.

PÁGINA 87

8.



$B'(-2; 4,5); C'(-2; 1,5); D'(1, 0)$

9. a. El centro es $O(1, 1)$.
 b. Las coordenadas serán $A_1(15, 0), B_1(31, 0), C_1(15, 16)$.

PÁGINA 88

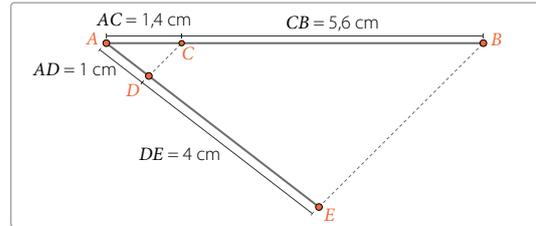
Teorema de Tales

1. a. Verdadera e. Verdadera
 b. Verdadera f. Falsa
 c. Verdadera g. Verdadera
 d. Verdadera

2. a. ✗ c. ✗ e. ✗
 b. ✓ d. ✓ f. ✗
 3. a. 1,5 cm
 b. 6 cm
 c. 6 cm

PÁGINA 89

4.



5. a. 9 cm
 b. 28,8 cm
 6. 307,5 m

PÁGINA 90

7. a. No se cumple. c. Sí se cumple.
 b. Sí se cumple. d. No se cumple.
 8. a. $CG = 16$ cm; $GE = 28$ cm; $EB = 8$ cm
 b. $CD = 10$ cm; $BC = 25$ cm; $AK = 46,8$ cm; $JE = 36$ cm;
 $AB = 10$ cm; $LK = 36,4$ cm

PÁGINA 91

9. a. 576 c. 4,5 e. 3
 b. 12 d. 2

PÁGINA 92

10. a. El cociente entre las medidas de los lados es 4.
 b. El edificio mide 225 m.
 c. El faro mide 24 m.
 d. x mide 11,2 dm e y mide 10 dm.
 e. La pared mide 1,95 m.

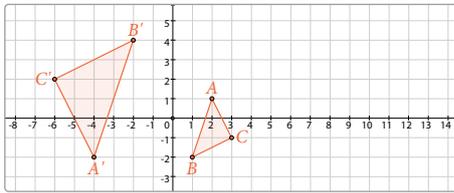
PÁGINA 93

11. a. La diferencia es 45 cm.
 b. Mide 72 cm.
 c. $QP = 36$ cm; $SP = 81$ cm
 12. a. No, ya que las medidas de los lados no son proporcionales.
 b. Sí, ya las medidas de los lados son proporcionales.

SÍNTESIS

1. directa; inversa; $<$
 2. $\alpha x, \alpha y$
 3. cambia
 4. mantiene
 5. $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF} = \frac{AC}{DF}$

1. a. ✓ X X b. X ✓ X
2.



3. a. Verdadera d. Verdadera
b. Falsa e. Verdadera
c. Falsa f. Verdadera

4. a. X c. ✓ e. X g. X
b. X d. ✓ f. ✓ h. X
5. a. $AP = 20$ cm b. $PD = 36$ cm c. $AB = 4$ cm

SEMEJANZA

Semejanza de figuras

1. a. Falsa d. Falsa
b. Falsa e. Verdadera
c. Verdadera f. Verdadera
2. a. Sí son semejantes, ya que las medidas de los lados correspondientes son proporcionales y los ángulos son congruentes.
b. No son semejantes, ya que las medidas de los lados correspondientes no son proporcionales.
3. a. 4,2 cm b. 3 cm c. 2,4 cm

4. a. Sí, ya que la razón es constante.
b. Sí, ya que sus ángulos interiores correspondientes son congruentes y la razón entre las medidas de sus lados correspondientes es constante.
c. 18 cm
5. a. • Porque sus ángulos interiores correspondientes son congruentes.
• 0,35
• 16 m
b. • $x = 17$ m; $y = 24,375$ m
• 40,625 m y 42,5 m
• Respuesta a cargo del estudiante.

6. a. La razón de semejanza es 6 : 1. El largo de la proyección mide 180 cm.

- b. • Las medidas son 6 cm, 6,75 cm y 9 cm.
• Las medidas son 16 cm, 18 cm y 24 cm.
c. El área es de 127 980,16 cm².
d. El lado del cuadrado A mide 5 cm.
e. Los lados del triángulo miden 30 cm, 39 cm y 45 cm.

7. a. La ventana mide 1,715 m de ancho y 2,45 m de alto.
b. • Sí son semejantes.
• No son semejantes.
• No son semejantes.
8. Actividad a cargo del estudiante.

Criterios de semejanza de triángulos

1. a. LAL c. LAL e. AA g. LAL
b. AA d. AA f. LLL h. AA
2. Porque sus ángulos siempre medirán 60° cada uno, y por criterio AA serán semejantes.

3. a. Verdadera f. Verdadera
b. Falsa g. Falsa
c. Verdadera h. Falsa
d. Verdadera i. Verdadera
e. Falsa
4. a. ✓ c. X e. ✓
b. ✓ d. X f. ✓
5. a. $\triangle DBC, \triangle GEF, \triangle FDE, \triangle ECD$. Son semejantes porque sus ángulos miden lo mismo.
b. $\triangle BDA, \triangle DFC, \triangle EGD$. Son semejantes porque sus ángulos miden lo mismo.

6. a. $x = 16$ cm; $y = 12$ cm.
b. $x = 4$ cm; $y = 3$ cm.
c. $x = 7,5$ cm; $\sphericalangle ACB = 40^\circ$.
d. $x = 15$ cm; $y = 9$ cm; $\sphericalangle DFE = 53^\circ$.
7. a. Los ángulos $\sphericalangle RQS$ y $\sphericalangle PQN$ son opuestos por el vértice por lo que miden lo mismo. Además, $\frac{PQ}{QR} = \frac{NQ}{QS}$. Luego, por criterio LAL, $\triangle NQP \sim \triangle SQR$. EL valor de x es 9 cm.
b. Ambos comparten ángulo en P. Además $\frac{10}{2} = \frac{12}{2,4}$ por lo que $\overline{OQ} \parallel \overline{RS}$. Luego, como $PS = 10$ cm, $PQ = 12$ cm, $PR = 12$ cm, $PO = 14,4$ cm, y se cumple $\frac{PS}{PQ} = \frac{12}{10} = 1,2 = \frac{14,4}{12} = \frac{PR}{PO}$, entonces los lados correspondientes son proporcionales. Por lo tanto, $\triangle OPQ \sim \triangle RPS$.
• 7,5 cm • Mide 70°.

PÁGINA 103

8. a. La altura del faro es de 32 m.
- b. El ancho del río es de 12 m.
- c. La excavación es de 4 m.
- d. El ancho de la laguna es de 36 m.
- e. El edificio tiene 62,5 m de altura.

PÁGINA 104

Teorema de Euclides

1. a. $a = \sqrt{52}$ cm; $b = \sqrt{117}$ cm; $p = 4$ cm
 - b. $b = \sqrt{192}$ cm; $c = 16$ cm; $q = 12$ cm
 - c. $a = \sqrt{112}$ cm; $p = 7$ cm; $h = \sqrt{63}$ cm
 - d. $a = 8$ cm; $b = \sqrt{192}$ cm; $c = 16$ cm
 - e. $a = \sqrt{648}$ cm; $c = 27$ cm; $h = \sqrt{72}$ cm
 - f. $p = 3$ cm; $q = 9$ cm; $h = \sqrt{27}$ cm
 - g. $b = 9$ cm; $c = 15$ cm; $q = 5,4$ cm
2. 36 m

PÁGINA 105

3. a. Falsa
 - b. Verdadera
 - c. Verdadera
 - d. Verdadera
 - e. Falsa
4. a. ✗
 - b. ✓
 - c. ✓
 - d. ✓
 - e. ✗
 - f. ✗
 - g. ✗
 - h. ✗
 - i. ✗
5. $\triangle BCD$ y $\triangle CAD$; $\triangle ADE$ y $\triangle DCE$.

PÁGINA 106

6. a. Los cables miden 35 m en total.
 - b. La altura del techo es de 5,5 m, aproximadamente.
 - c. El satélite se encuentra a 36 000 km. La distancia a los extremos es de 48 433 km y 53 814 km, aproximadamente.
7. Los lados del rectángulo son CD y CB . Por teorema de Euclides, $CD^2 = DF \cdot AD$, $CB^2 = AB \cdot BG$. Luego, el área es
 $CD \cdot CB = \sqrt{DF \cdot AD} \cdot \sqrt{AB \cdot BG} = \sqrt{DF \cdot AD \cdot AB \cdot BG}$

PÁGINA 107

8. a. La altura mide 10 cm.
- b. El área del rectángulo es 480 cm² y el perímetro 92 cm.

SÍNTESIS

1. forma
2. congruentes; constante.
3. a. α' ; β'
- b. AB' ; BC ; $A'C'$
- c. AB ; $A'C'$; α'
- d. $p \cdot q$
- e. $c \cdot p$; $c \cdot q$

PÁGINA 108

¿CÓMO VAS?

EVALUACIÓN LECCIÓN 9

1. a. $x = 20$ cm; $y = 25$ cm.
- b. 9 cm²
2. a. ✓
- b. ✗
- c. ✗
- d. ✓
3. a. Los perímetros se encuentran en razón 1,8. Las áreas se encuentran en razón 3,24.
- b. A 12,5 cm de distancia.
- c. Son semejantes por criterio AA, ya que los lados de los triángulos son paralelos por lo que se generan ángulos congruentes.

PÁGINA 109

4. a. La altura del edificio es de 30 m y tiene 10 pisos.
- b. La altura del árbol es de 15 m.
- c. $EF \approx 5,5$ cm

PÁGINA 110

¿QUÉ APRENDISTE?

EVALUACIÓN UNIDAD 3

1. a. 1
- b. 6
- c. 4
- d. 3
- e. 5
- f. 2
2. a. Verdadera
- b. Verdadera
- c. Verdadera
- d. Falsa
- e. Falsa
3. a. ✓
- b. ✗
- c. ✗
- d. ✗
- e. ✗
- f. ✓

PÁGINA 111

4. a. $x = 6$
- b. $x = 5$
5. a. 9,6 cm
- b. 11,25 cm
- c. 1,5 cm²

Unidad LOS DEPORTES

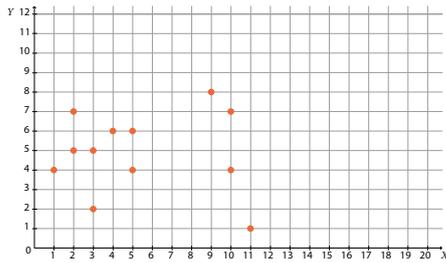
PÁGINA 112

LECCIÓN 10

ANÁLISIS DE POBLACIONES

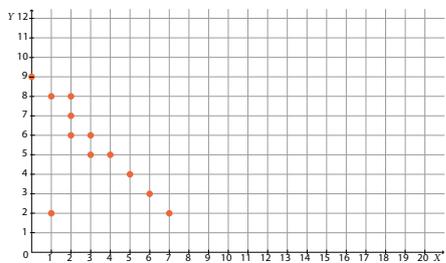
Registro de distribuciones

1. a.



- No, ya que no tienen una tendencia semejante a una recta.
- No hay puntos con un comportamiento muy distinto al de los demás.

b.



- Sí, ya que tienen una tendencia semejante a una recta.
- Sí, el punto (1, 2).

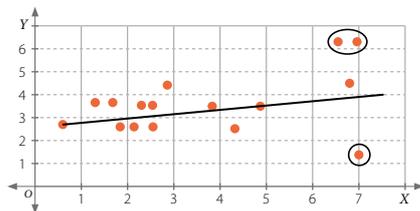
2. a. En el A.

b. En el B.

c. En el A.

PÁGINA 113

3. a. y b.



- c. Al trazar la línea recta, se puede observar una tendencia lineal, es decir, que las variables se relacionan, aproximadamente, de manera proporcional.

4. a. • Sí

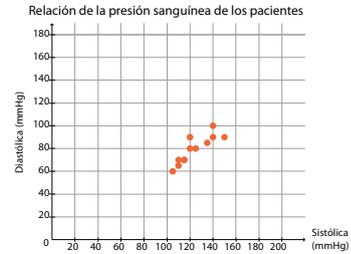
- Negativa
- Débil

b. • Sí

- Positiva
- Fuerte

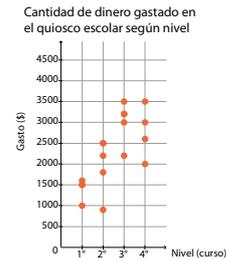
PÁGINA 114

5. a.



- Correlación positiva, ya que, al aumentar una variable, la otra también lo hace.
- A medida que la presión sistólica aumenta, también lo hace la diastólica.

b.



- Correlación positiva, ya que, al aumentar una variable, la otra también lo hace.
- Los estudiantes que cursan niveles más altos gastan más dinero en el quiosco.

PÁGINA 115

6. a.



- b. Se puede observar una tendencia lineal en los datos, es decir, que las variables se relacionan, aproximadamente, de manera proporcional.
- c. Sí, ya que la correlación es positiva.
- d. Sí, ya que, si se traza una línea recta, los datos se encuentran en torno a ella.
- e. No, los datos tienen un comportamiento similar entre sí.
- f. Respuesta variada. Una posible respuesta puede ser que no es suficiente, ya que es necesario estudiar el comportamiento de la variable en el tiempo.

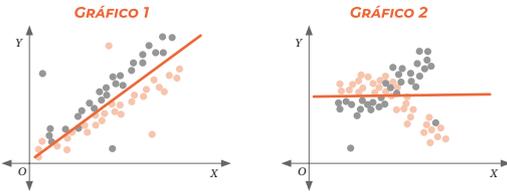
PÁGINA 116

7. Actividad a cargo del estudiante.

PÁGINA 117

Comparación de dos poblaciones

1. a.



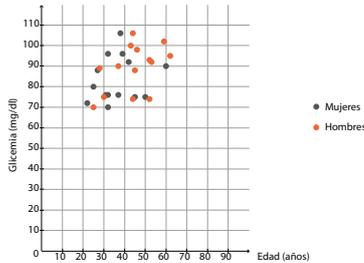
b. Gráfico 1: Existe correlación lineal entre los datos y se observa que uno de los grupos, en general, toma valores más altos.

Gráfico 2: Existe correlación lineal entre los datos en un inicio, pero luego se dispersan. La tendencia de cada grupo es constante y luego la correlación es positiva en un grupo y negativa en el otro.

- 2. a. Edades bajas o altas consultan más.
- b. Edades bajas o altas consultan más.
- c. Hombres y mujeres consultan de modo similar.

PÁGINA 118

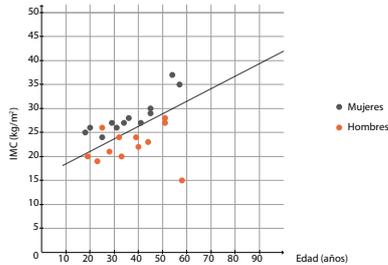
3. a.



- b. Se puede apreciar que al aumentar la edad existe una tendencia a aumentar la glicemia.
- c. Se puede apreciar que al aumentar la edad existe una tendencia a aumentar la glicemia.
- d. Los resultados son bastante similares en ambos grupos.
- e. Presentan una correlación positiva, aunque la tendencia no es tan fuerte.

PÁGINA 119

4. a. y b.

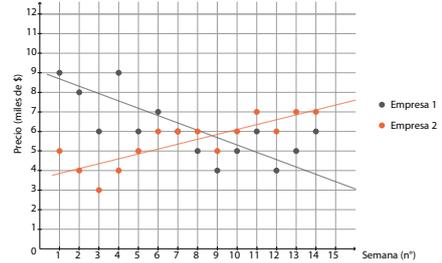


c. Sí, el punto (58, 15), ya que tiene un comportamiento diferente al resto de datos.

- d. Mujeres: al aumentar la edad existe una tendencia a aumentar el IMC.
Hombres: al aumentar la edad existe una tendencia a aumentar el IMC. Hay un dato atípico.
- e. En general, ambos grupos presentan una correlación positiva, es decir, a mayor edad, mayor IMC, pero en el caso de las mujeres el aumento es mayor. Existe correlación lineal entre ambos grupos.

PÁGINA 120

5. a. y b.



- c. El valor de las acciones tiende a la baja.
- d. El valor de las acciones tiende al alza.
- e. En la Empresa 2, ya que a medida que pasa el tiempo, el valor de las acciones tiende a aumentar.

PÁGINA 121

6. Actividad a cargo del estudiante.

SÍNTESIS

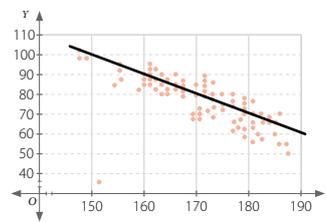
- 1. negativa
- 2. positiva
- 3. nula
- 4. comparar

PÁGINA 122

¿CÓMO VAS?

EVALUACIÓN LECCIÓN 10

1.



Se observa una tendencia fuerte de una correlación negativa. Hay un punto aislado.

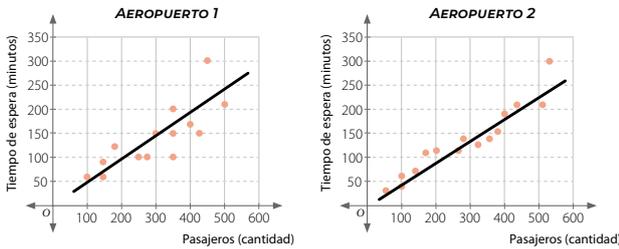
2. a.



- b. Existe un aumento en la cantidad de accidente hasta los 30 años, aproximadamente, y luego se observa una baja a medida que la edad aumenta.
- c. La tendencia es similar en hombres y mujeres, solo que en las mujeres en general la cantidad de accidentes es menor.
- d. Entre los 24 años y 40 años se observa mayor cantidad de accidentes. Esta tendencia se da tanto en el grupo de hombres como en el de mujeres.

PÁGINA 123

3. a.



- b. La correlación es positiva, aunque no se observa una tendencia demasiado fuerte.
- c. La correlación es positiva y se observa una tendencia fuerte.
- d. El Aeropuerto 2, ya que hay menor variación en los datos.

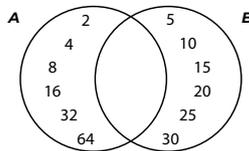
PÁGINA 124

LECCIÓN 11

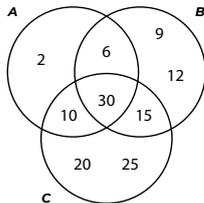
REGLAS DE LA PROBABILIDAD

Unión e intersección de eventos

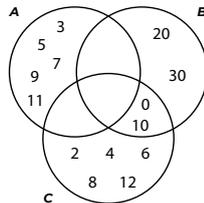
1. a.



b.



c.

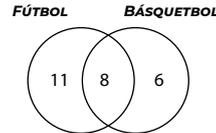


- 2. a. $A = \{0, 1, 2, 5, 8, 13, 15, 17\}$
- b. $B = \{0, 1, 4, 5, 7, 11, 12, 14, 15, 16\}$
- c. $C = \{0, 3, 6, 7, 9, 10, 13, 14, 15\}$
- d. $A \cup B = \{0, 1, 2, 4, 5, 7, 8, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17\}$
- e. $B \cup C = \{0, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\}$
- f. $A \cup C = \{0, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 13, 14, 15, 17\}$
- g. $A \cap B = \{0, 1, 5, 15\}$

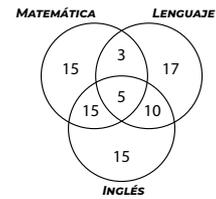
- h. $C \cap A = \{0, 13, 15\}$
- i. $C \cap B = \{0, 7, 14, 15\}$
- j. $A \cap B \cap C = \{0, 15\}$

PÁGINA 125

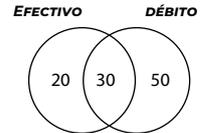
- 3. a. 5
- b. 31
- c. 52
- d. 8
- e. 14
- 4. a. 6 alumnos.



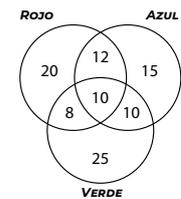
b. 45 estudiantes.



c. 30 personas.

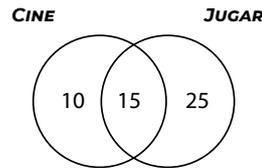


d. En total hay 20 bolas de color rojo.



PÁGINA 126

5. a.



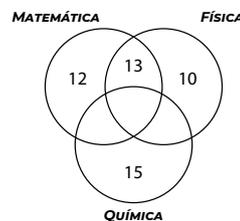
- b. 25
- c. 10
- d. $\frac{10}{50} = 0,2$
- e. $\frac{15}{50} = 0,3$
- f. $\frac{25}{50} = 0,5$
- d. $\frac{6}{7}$
- e. $\frac{1}{7}$

6. a. d, e, f, g

- b. g
- c. $\Omega = \{a, b, c, d, e, f, g\}$

PÁGINA 127

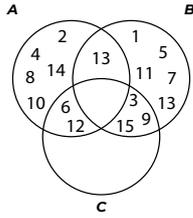
7. a.



- $\frac{25}{50} = 0,5$
- $\frac{23}{50} = 0,46$

- $\frac{35}{50} = 0,7$
- $\frac{27}{50} = 0,54$
- $\frac{15}{50} = 0,3$

b.



• No, ya que no hay números pares e

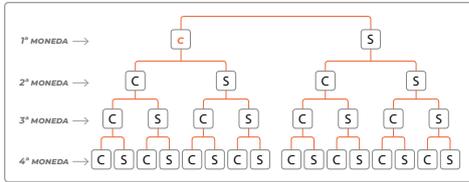
impares a la vez.

- $\frac{7}{15}$
- $\frac{8}{15}$
- $\frac{5}{15}$
- $\frac{10}{15}$
- $\frac{10}{15}$

PÁGINA 128

Regla aditiva de la probabilidad

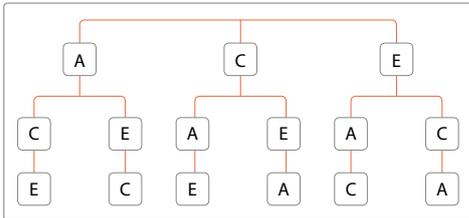
1.



a. Sí, ya que en cada moneda se tiene la misma probabilidad de obtener cara o sello.

- b. • $\frac{1}{16}$
- $\frac{1}{16}$
- $\frac{2}{16}$

2. a.



- b. • $\frac{4}{6}$
- $\frac{2}{6}$
- $\frac{4}{6}$

PÁGINA 129

- 3. a. 0,8
- b. 0,86
- c. 0,8
- d. 1

- 4. a. $\frac{45}{160}$
- b. $\frac{55}{160}$
- c. $\frac{115}{160}$
- d. $\frac{105}{160}$
- e. $\frac{84}{160}$
- f. $\frac{76}{160}$

PÁGINA 130

- 5. a. • 20%
- 3%
- b. La probabilidad de que el árbol tenga alguna enfermedad es de un 45,4%.
- c. La probabilidad es de un 41,2%.
- d. • La probabilidad es de $\frac{35}{40}$.
- La probabilidad es de $\frac{34}{40}$.
- La probabilidad es de $\frac{35}{40}$.

PÁGINA 131

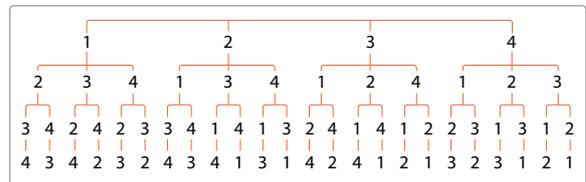
6. Actividad a cargo del estudiante.

PÁGINA 132

Regla multiplicativa de la probabilidad

- 1. a. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$
- b. La probabilidad es de $\frac{1}{12}$.

2.

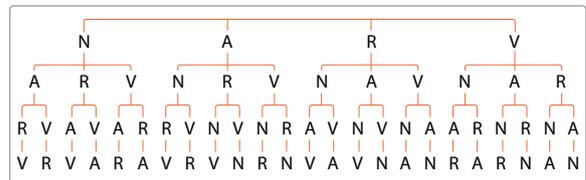


- a. La probabilidad es de $\frac{1}{24}$.
- b. La probabilidad es de $\frac{2}{24}$.

PÁGINA 133

- 3. a. ✓. Hay un as que es de corazón.
- b. ✓. Dentro de las cartas negras hay tréboles y picas.
- c. ✗. Para que la suma sea 9, no pueden ser los números iguales.
- d. ✓. El 2 es par y primo.

4. a.



- b. La probabilidad es de $\frac{1}{12}$.
- c. La probabilidad es de $\frac{1}{4}$.

PÁGINA 134

5. a. • $\frac{1}{30}$
 • $\frac{1}{5}$
 b. • 25%
 • 12%
 c. La probabilidad es de un 18%.
 d. La probabilidad es, aproximadamente, de un 0,15 %.

PÁGINA 135

6. a. La probabilidad es de 0,86, aproximadamente.
 b. La probabilidad es de 0,8, aproximadamente.
 c. La probabilidad es de 0,76, aproximadamente.

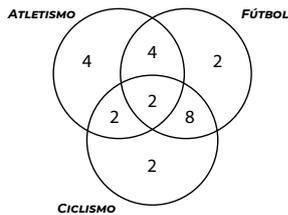
SÍNTESIS

- unión
- intersección
- $P(A) + P(B)$
- $P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- $P(A) \cdot P(B)$
- $P(A) \cdot P(B | A)$

PÁGINA 136

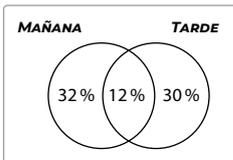
¿CÓMO VAS?

1.



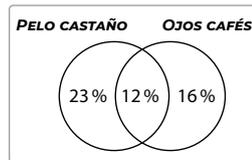
8 estudiantes.

2. a. •



- La probabilidad es de un 26 %.

b. •



- 51 %
- 23 %
- 49 %

PÁGINA 137

3. a. • No, ya que la intersección no es vacía.
 • 0,12
 • 0,47
 b. • $\frac{41}{350}$
 • $\frac{309}{350}$

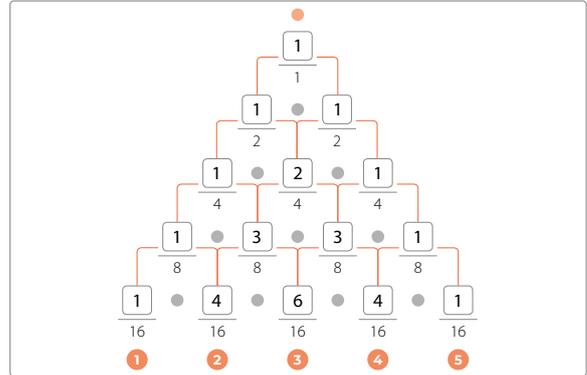
PÁGINA 138

LECCIÓN 12

COMPORTAMIENTO ALEATORIO

Tabla de Galton y paseos aleatorios

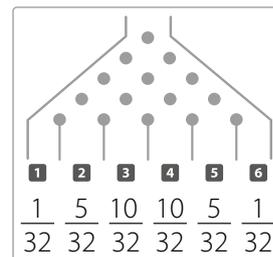
1.



2. a. Se van sumando los numeradores del nivel anterior.
 b. La salida 3, ya que tiene más caminos posibles.
 c. La probabilidad es de $\frac{1}{16}$.
 d. La probabilidad es de $\frac{8}{16}$.
 e. La probabilidad es de $\frac{8}{16}$.

PÁGINA 139

3.

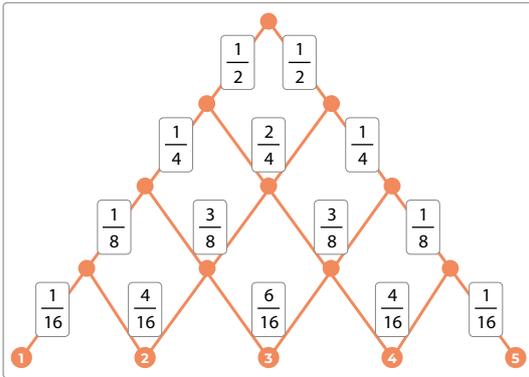


4. a. 32 caminos.
 b. $32 = 2^5$. El exponente de la potencia corresponde a los niveles de la tabla de Galton.
 c. $\frac{1}{32} + \frac{1}{32} = \frac{2}{32}$
 d. $\frac{5}{32} + \frac{5}{32} = \frac{10}{32}$
 e. $\frac{10}{32} + \frac{10}{32} = \frac{20}{32}$
 f. $\frac{10}{32}$
 g. Las salidas 3 y 4, ya que hay más caminos que llegan a ellas.

EVALUACIÓN LECCIÓN 11

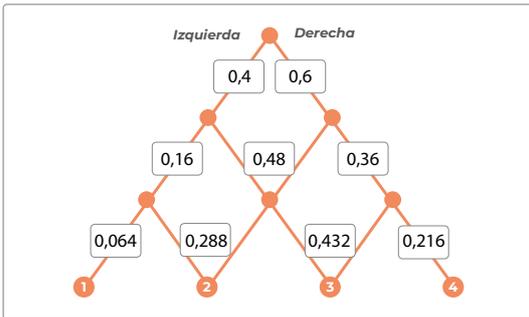
PÁGINA 140

5. a. •



• La salida 3, porque hay más caminos posibles que llegan a ella.

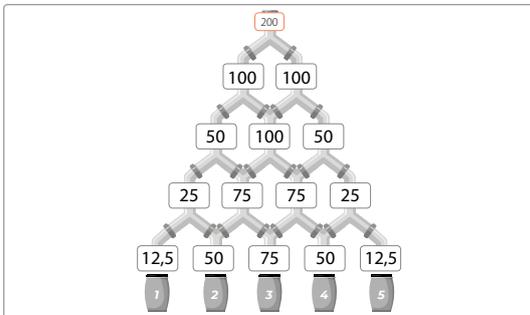
b. •



- 28,8 %
- 43,2 %

PÁGINA 141

6. a.



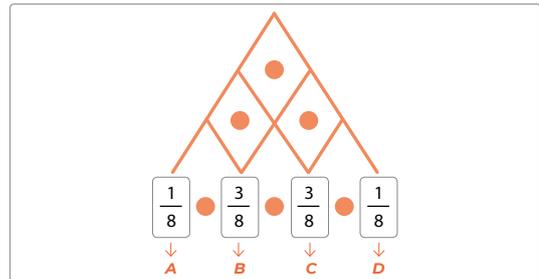
- b. Recipiente 1: 6,25 %; Recipiente 2: 25 %; Recipiente 3: 37,5 %; Recipiente 4: 25 %; Recipiente 5: 6,25 %.
- c. El recipiente 3, ya que hay más caminos que llegan a él.
- d. No, ya que juntos suman 25 L.
- e. No, ya que juntos suman 62,5 L.
- f. Sí, ya que juntos suman 100 L.
- g. Respuesta a cargo del estudiante. Una posible respuesta es que no es conveniente, ya que la distribución no sería equitativa.

PÁGINA 142

7. a. Sí, ya que en cada obstáculo la probabilidad de ir a izquierda o derecha es la misma.
- b. Sí, ya que en cada nivel rebotará en uno de los obstáculos.
- c. Porque hay más caminos que llegan a los casilleros centrales.
- d. Sí, ya que la cantidad de caminos que llegan a ellos es la misma.
- e. Los casilleros 4 y 5, ya que llegan más caminos a ellos.
- f. • Aproximadamente 8 bolitas.
• Aproximadamente 55 bolitas.
• Aproximadamente 164 bolitas.
• Aproximadamente 273 bolitas.

PÁGINA 143

8. a.

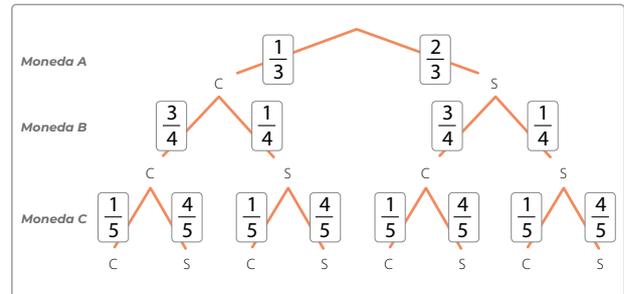


- b. Salida A: 15 veces; Salida B: 45 veces; Salida C: 45 veces; Salida D: 15 veces.
- c. A las salidas B y C, ya que hay más recorridos que llegan a ellas.
- d. $\frac{1}{4}$
- e. $\frac{1}{2}$
- f. $\frac{3}{4}$
- g. $\frac{5}{8}$
- h. Es igual de probable, porque en ambos casos hay 1 recorrido posible para llegar a cada salida.

PÁGINA 144

Probabilidad en paseos aleatorios

1. a.



- b. {(cara, cara, cara), (cara, cara, sello), (cara, sello, cara), (cara, sello, sello), (sello, cara, cara), (sello, cara, sello), (sello, sello, cara), (sello, sello, sello)}

c. Es el mismo, ya que las combinaciones posibles no cambian.

d.

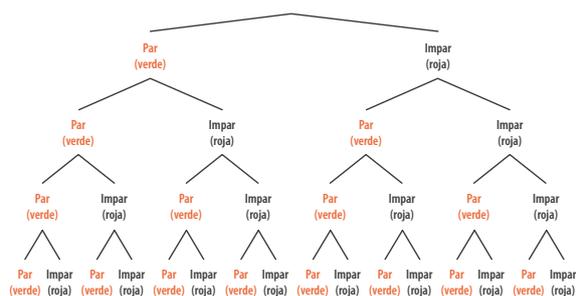
C-C-C:	$\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{60}$	S-C-C:	$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{6}{60}$
C-C-S:	$\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{12}{60}$	S-C-S:	$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{24}{60}$
C-S-C:	$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{60}$	S-S-C:	$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{60}$
C-S-S:	$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{60}$	S-S-S:	$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{60}$

e. $\frac{19}{60}$

f. $\frac{30}{60}$

PÁGINA 145

2. a.

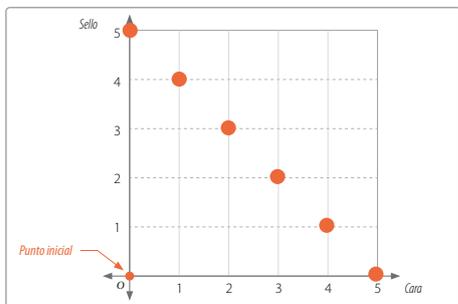


b. $\Omega = \{(V, V, V, V), (V, V, V, R), (V, V, R, V), (V, V, R, R), (V, R, V, V), (V, R, V, R), (V, R, R, V), (V, R, R, R), (R, V, V, V), (R, V, V, R), (R, V, R, V), (R, V, R, R), (R, R, V, V), (R, R, V, R), (R, R, R, V), (R, R, R, R)\}$

- c. $\bullet \frac{1}{4}$
 $\bullet \frac{1}{4}$
 $\bullet \frac{3}{8}$
 $\bullet \frac{1}{8}$

PÁGINA 146

3. a.



b. 32 caminos.

c. La probabilidad es de $\frac{1}{32}$.

d. La probabilidad es de $\frac{10}{32}$.

e. (3, 2). Hay 10 resultados que llegan al punto (3, 2).

f. 5 caminos.

g. Es más probable que llegue a los puntos (2, 3) o (3, 2).

h. Se encuentra en el punto (1, 3). Los otros caminos son S-S-C-S, S-C-S-S y C-S-S-S.

PÁGINA 147

4. a. $7 \blacktriangleright 0,9$ $2 \blacktriangleright 0,11$
 $3 \blacktriangleright 0,22$ $4 \blacktriangleright 0,28$
 $5 \blacktriangleright 0,14$ $6 \blacktriangleright 0,07$
 $7 \blacktriangleright 0,09$

b. 0,46

c. 0,22

d. 0,54

e. 0,91

PÁGINA 148

5. a. $\bullet 0,25$
 $\bullet 0,3175$

b. $\bullet \frac{1}{9}$

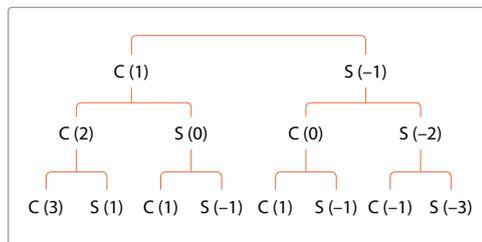
$\bullet \frac{10}{27}$

$\bullet \frac{10}{27}$

$\bullet \frac{4}{27}$

PÁGINA 149

6. a.



b. $\frac{3}{8}$

c. $\frac{1}{4}$

SÍNTESIS

- centro; extremos
- paseo aleatorio
- aditiva
- multiplicativa

PÁGINA 150

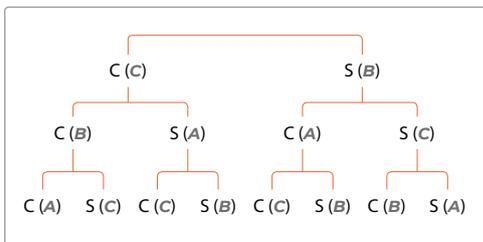
¿CÓMO VAS?

EVALUACIÓN LECCIÓN 12

1. a. 16 caminos.
 b. La cantidad de caminos es 2^4 . El exponente es igual a la cantidad de filas de la máquina de Galton.
 c. La salida 3, la cual tiene 6 caminos posibles.
 d. No, porque es un experimento aleatorio.
 e. 5; 20; 30; 20; 5
 f. La salida 3.
 g. Se formarán 128 caminos.
2. a. Un camino.
 b. 15 caminos.

PÁGINA 151

3. a.



b. Es más probable que se encuentre en **B** o en **C**.

PÁGINA 152

¿QUÉ APRENDISTE?

EVALUACIÓN UNIDAD 4

1. a. Falsa. Los resultados no presentan una tendencia que diferencie un curso del otro.
 b. Falsa. Hay 2 alumnos que obtuvieron 40 puntos y 4 que obtuvieron 50 puntos.
 c. Falsa. Se observa una correlación lineal positiva.
 d. Verdadera. Hay 1 punto aislado en cada grupo.
2. a. $\frac{3}{4}$
 b. $\frac{33}{100}$
 c. $\frac{1}{4}$
 d. $\frac{59}{100}$

PÁGINA 153

3. a. $\frac{9}{20}$
 b. $\frac{1}{20}$
 c. $\frac{7}{20}$

4. a. • 66%
 • 7%
 b. • 0,16
 • 0,36

